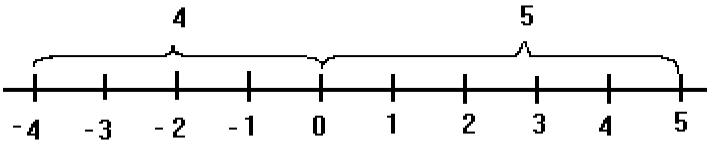
Absolutní hodnota čísla

Absolutní hodnota čísla a je definována jako vzdálenost tohoto čísla od 0 na číselné ose.

Protože vzdálenost čísla od 0 na číselné ose je vždy nezáporná, je absolutní hodnota vždy číslo nezáporné:

Příklad:

$|-4| = 4, |5| = 5$

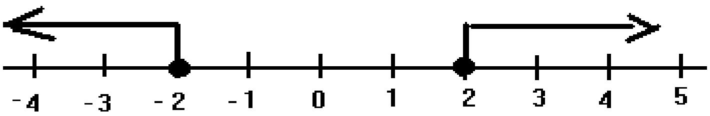


Např. $|-3| = 3$; $|2| = 2$; $|-4{,}2| = 4{,}2$ atd.

Příklad:

Na číselné ose znázorněte množinu M = $\{x \in R; |x| \geq 2\}$

Řešení:

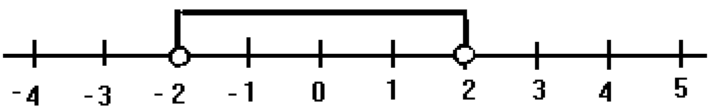


M=$(-\infty, -2\rangle \cup \langle 2, \infty)$

Příklad:

Na číselné ose znázorněte množinu M = $\{x \in R; |x| \prec 2\}$

Řešení:

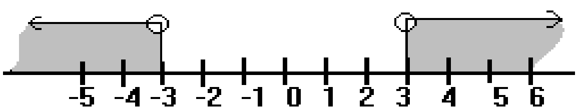


M = $(-2{,}2)$

Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; |x| \succ 3\}$.

Množinu všech x , která vyhovují nerovnosti, určíme z obrázku:

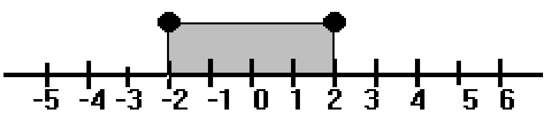


Množina $M = (-\infty, 5) \cup (3, \infty)$.

Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; |x| \leq 2\}$.

Množinu všech x , která vyhovují nerovnosti, určíme z obrázku:

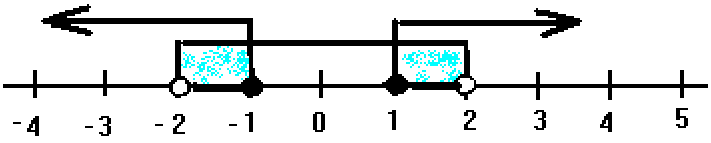


Množina $M = \langle -2{,}2 \rangle$.

Příklad:

Na číselné ose znázorněte množinu M = $\{x \in R; 2 \succ |x| \geq 1\}$

Řešení:



M = $(-2,-1\rangle \cup \langle 1,2)$

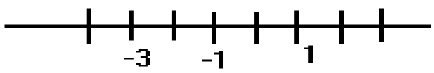
Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; |x+1| \leq 2\}$.

Množinu všech x , která vyhovují nerovnosti, určíme následujícím postupem:

1. Zobrazíme nulový bod absolutní hodnoty - bod x, pro který je absolutní hodnota rovna 0 : $x + 1 = 0$
$x = -1$

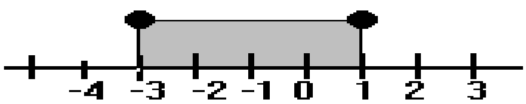
1. Od nulového bodu naneseme na -1 napravo tolik dílků jaká je hodnota čísla na pravé straně nerovnosti:



Získali jsme krajní body intervalu.

1. Určíme , zda řešením je vnitřní interval nebo dva vnější intervaly. To poznáme podle znaménka nerovnosti.
   $\leq ; \prec$ .... vnitřek
   $\geq ; \succ$ .... vnějšek

Dále určíme, zda do řešení patří i krajní body intervalu - máme-li znaménka $\leq ; \geq$ patří do řešení i krajní body intervalu, máme-li znaménka $\prec , \succ$, pak krajní body intervalu do řešení nepatří.



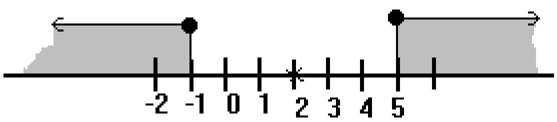
$M = \langle -3,1 \rangle$

Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; |x-2| \geq 3\}$.

Řešení:

Nulový bod: x - 2 = 0 ..... x = 2



$M = (-\infty, -1\rangle \cup \langle 5, \infty)$

Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; |2x-4| \geq 6\}$.

Řešení:

Tento příklad se liší od předchozího v tom, že proměnná x je zde násobena 2.

Musíme vždy postupovat tímto způsobem:

Je-li x v nerovnici násobeno konstantou k, musíme vždy tuto konstantu vytknout před absolutní hodnotu a celo nerovnost dělíme k. Dále je postup stejný jako v předchozích příkladech:

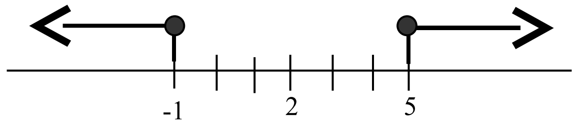
$M = \{x \in R; |2x-4| \geq 6\}$

$|2x-4| \geq 6$

$2|x-2| \geq 6$

$|x-2| \geq 3$

$M = \langle -1,5 \rangle$



Dalším typem je tato nerovnost:

Příklad:

Určete množinu $M = \{x \in R; 1 < |x-2| \leq 3\}$.

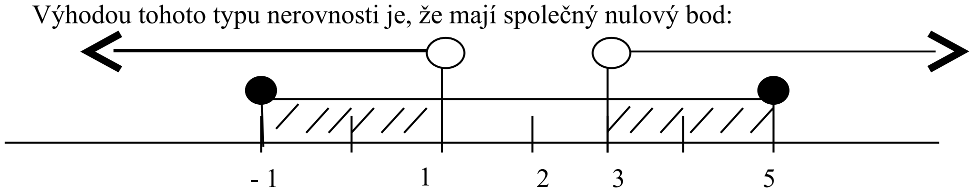
Řešení:

Tuto nerovnost rozdělíme na 2 nerovnosti, řešíme každou zvlášť a výsledek najdeme jako průnik těchto dvou řešení.

$M = \{x \in R; 1 < |x-2| \leq 3\}$

$|x-2| > 1$ $\quad\quad$ $|x-2| \leq 3$

Výhodou tohoto typu nerovnosti je, že mají společný nulový bod:



$M = \langle -1,1) \cup (3,5\rangle$

Cvičení:

1. Vypočtěte: a) –3 – I 3 I+ I – 3 I $\quad$ b) I – 5 – (- 1) I
   c) I 5 – 8 I – I 1 – 10 I $\quad$ d) 1 - I 2 – 3 I
   e) I – 2 – I1 – 5 II $\quad$ f) I - I 3 – 1 I + 1 I
   [-3, 4,-6, 0, 6,1]
2. Znázorněte množiny:
   a) M = $\{x \in R; |x| > 1\}$ $\quad$ b) M = $\{x \in R; |x| \leq 3\}$
   c) M = $\{x \in R; 2 < |x| < 4\}$ $\quad$ d) M = $\{x \in R; 3 < |x| < 5\}$
   [a) $(-1;1)$; b) $\langle -3;3 \rangle$; c) $(-4;-2) \cup (2;4)$; d) $(-5;-3) \cup (3;5)$]
3. Znázorněte množiny:
   a) M = $\{x \in R; |x-3| \leq 8\}$ $\quad$ b) M = $\{x \in R; |x+1| > 3\}$
   c) M = $\{x \in R; |5-x| \geq 3\}$ $\quad$ d) M = $\{x \in R; |7+x| < 6\}$
   [a) $\langle -5,11 \rangle$; b) $(-4;2)$; c) $(-\infty; 2\rangle \cup \langle 8;\infty)$; d) (-13, -1)]
4. Znázorněte množiny:
   a) M = $\{x \in R; |x+3| \leq 1\}$ $\quad$ b) M = $\{x \in R; |x-1| < 5\}$
   c) M = $\{x \in R; |x-7| \geq 3\}$ $\quad$ d) M = $\{x \in R; |6+x| \leq 4\}$
   [a) $\langle -4,-2 \rangle$; b) $(-4;6)$; c) $(-\infty; 4\rangle \cup \langle 10;\infty)$; d) $\langle -10;-2 \rangle$]
5. Znázorněte množiny:
   a) M = $\{x \in R; |2x+1| \geq 4\}$ $\quad$ b) M = $\{x \in R; |2-3x| > 6\}$
   c) M = $\{x \in R; |0{,}1x+7| \leq 5\}$ $\quad$ d) M = $\left\{x \in R; \left|9+\frac{4x}{3}\right| > \frac{1}{3}\right\}$
   [a) $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right\rangle \cup \left\langle \frac{3}{2},\infty\right)$; b) $\left(-\infty,-\frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{3}{2},\infty\right)$; c) $\langle -120;-20\rangle$; d) $\left(-\infty,-7\right) \cup \left(-\frac{13}{2},\infty\right)$]