

Funkce

Funkce je předpis, který každému x přiřazuje právě jedno y .

Definiční obor funkce = množina čísel, která můžeme za x dosadit.

Např.:

$$f: y = \frac{1}{x} \quad \text{za } x \text{ nelze dosadit } 0$$

$$D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

Funkce bývá zadána funkčním předpisem a v některých případech definičním oborem. Pokud definiční obor není zadán, je třeba určit tzv. "maximální definiční obor"

Příklad:

Je dána funkce $f: y = 3x - \sqrt{x+3}$. Určete $D(f)$

Řešení:

V této funkci se vyskytuje odmocnina a proto musí platit: $x + 3 \geq 0$ tedy $x \geq -3$

$$D(f) = \langle -3, \infty \rangle$$

Příklad:

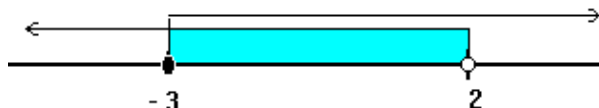
Je dána funkce $f: y = 3x - \frac{\sqrt{x+3}}{4} + \frac{3}{\sqrt{2-x}}$. Určete $D(f)$

Řešení:

V této funkci se vyskytnou dvě odmocniny a proto musí platit:

a) $x + 3 \geq 0$ tedy $x \geq -3$

b) $2 - x > 0$ tedy $x < 2$

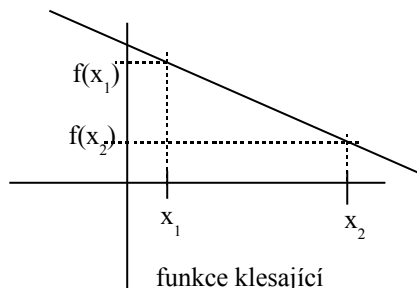
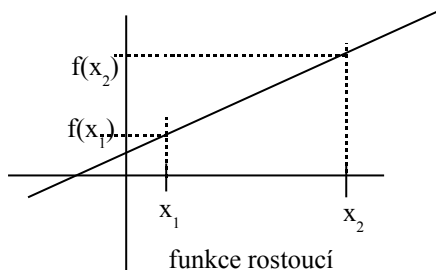


$$D(f) = \langle -3, 2 \rangle$$

Vlastnosti funkce:

Funkce rostoucí – je taková funkce, pro jejíž všechna x_1, x_2 platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak je $f(x_1) < f(x_2)$

Funkce klesající – je taková funkce, pro jejíž všechna x_1, x_2 platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak je $f(x_1) > f(x_2)$

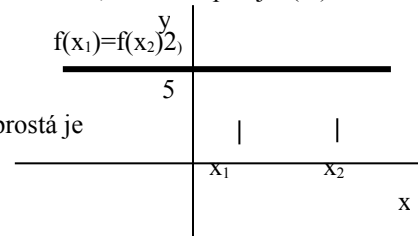


Funkce prostá – je taková funkce, pro jejíž všechna x_1, x_2 platí:

Je-li $x_1 \neq x_2$, pak je $f(x_1) \neq f(x_2)$

$\neq f(x_2)$

Obě funkce na předchozích obrázcích jsou prosté – příkladem funkce, která není prostá je např. funkce konstantní:

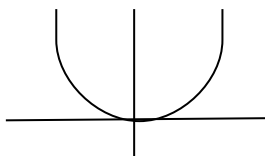


Funkce sudá a lichá

Funkce se nazývá **sudá**, právě když zároveň platí : a) pro každé $x \in D_f$ je také $-x \in D_f$
b) pro každé $x \in D_f$ je $f(-x) = f(x)$

Příklad sudé funkce:

$$f: y = x^2$$



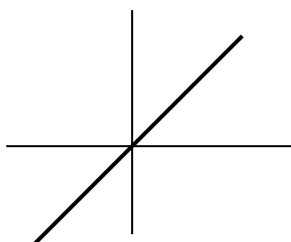
Graf sudé funkce je souměrný podle osy y.

Jiný příklad: $f: y = |x|$

Funkce se nazývá **lichá**, právě když zároveň platí : a) pro každé $x \in D_f$ je také $-x \in D_f$
b) pro každé $x \in D_f$ je $f(-x) = -f(x)$

Příklad liché funkce.

$$f: y = x$$



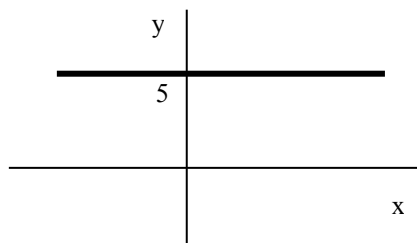
Graf funkce je souměrný podle počátku souřadného systému.

Konstantní funkce

Je to funkce daná předpisem: $f: y = k$

Její grafem je vždy přímka rovnoběžná s osou x, procházející bodem o souřadnici k na ose y.

Příklad: $f: y = 5$



Lineární funkce

Je to funkce daná předpisem: $f: y = ax + b$

Její grafem je vždy přímka. K sestrojení grafu potřebujeme pouze dva body. Jedním bodem je např průsečík s osou y - bod $[0, b]$.

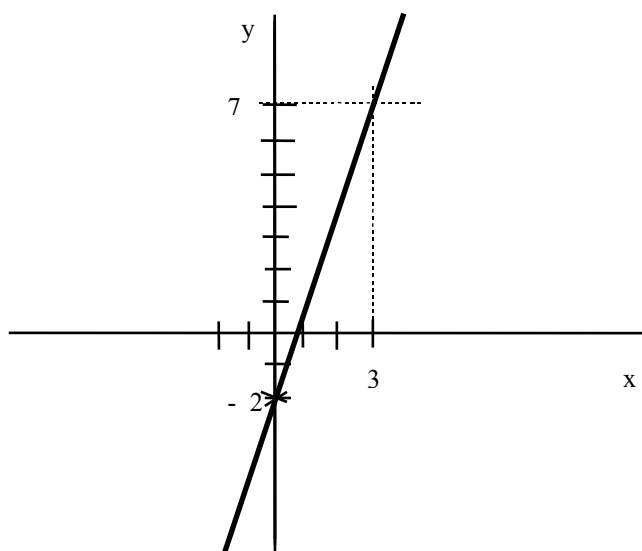
Příklad:

Sestrojte graf funkce $f: y = 3x - 2$

Řešení:

x	0	3
y	-2	7

K sestrojení použijeme tabulku:



Funkce s absolutní hodnotou

V těchto funkcích se vyskytuje jedna nebo více absolutních hodnot.

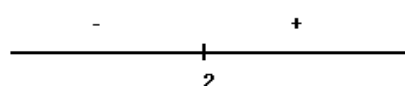
Řešíme podle tohoto postupu:

1. Najdeme nulové body všech absolutních hodnot
2. Zobrazíme body na číselné ose, tím ji rozdělíme na intervaly
3. Zkoumáme znaménka jednotlivých absolutních hodnot v daných intervalech
4. Je-li v daném intervalu +, nahradíme absolutní hodnotu závorkou, je-li v daném intervalu -, změnímme znaménka uvnitř absolutní hodnoty a opět ji nahradíme závorkou.
5. V daných intervalech sestrojíme grafy funkce = po úpravě již lineární

Celkovým výsledkem by měla být lomená čára.

Příklad : $f: y = |x - 2| - 3$

nulovým bodem absolutní hodnoty je číslo 2



Na číselné ose vzniknou dva intervaly. Určíme jaké znaménko bude mít vnitřek absolutní hodnoty uvnitř každého intervalu

Dále řešíme zvlášť v každém intervalu:

a) $(-\infty, 2)$

$$y = (-x + 2) - 3$$

Jedná se o lineární funkci:

$$y = -x - 1$$

x	-2	2
y	1	-3

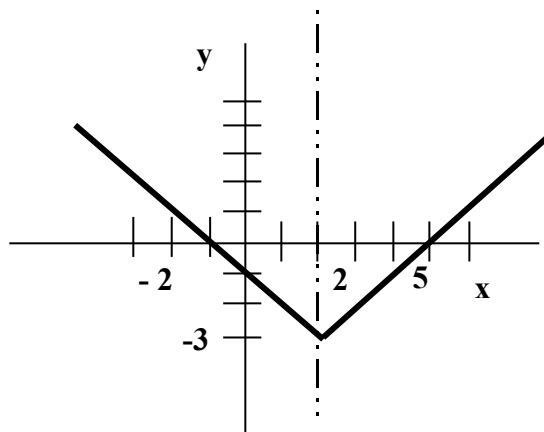
b) $(2, \infty)$

$$y = (x - 2) - 3$$

Jedná se o lineární funkci:

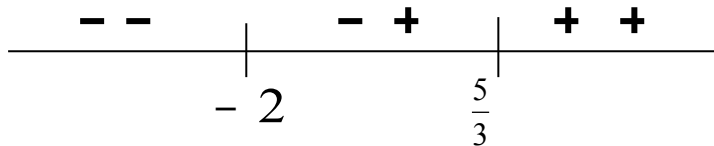
$$y = x - 5$$

x	2	5
y	-3	0



Příklad: $f: y = |3x - 5| - |2x + 4|$

NB: $\frac{5}{3}, -2$



1. V intervalu $(-\infty, -2)$

$$y = (-3x + 5) - (-2x - 4)$$

$$y = -3x + 5 + 2x + 4$$

$$y = -x + 9$$

2. V intervalu $\left(-2, \frac{5}{3}\right)$

$$y = (-3x + 5) - (-2x + 4)$$

$$y = -3x + 5 - 2x - 4$$

$$y = -5x + 1$$

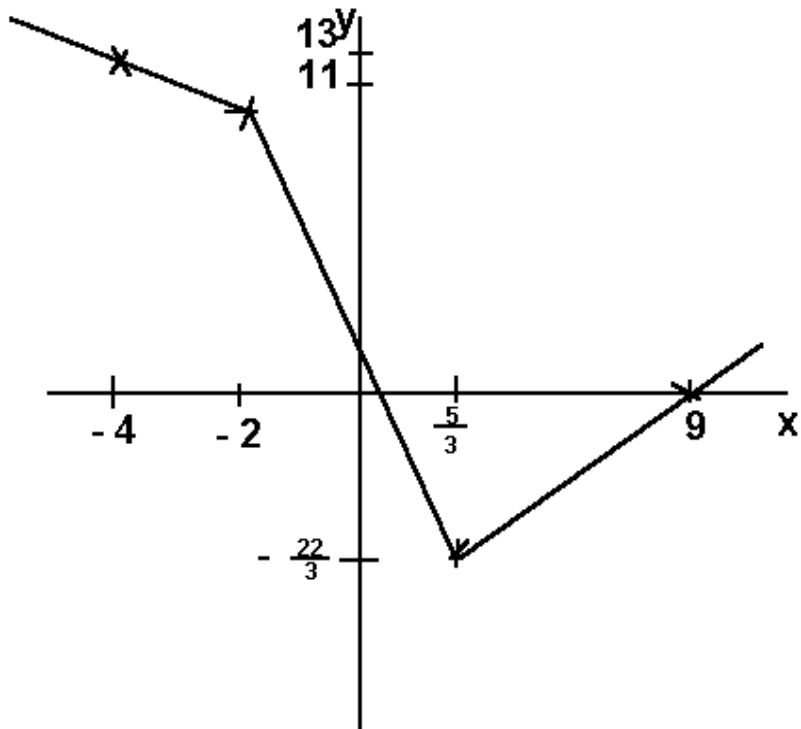
3. V intervalu $\left(\frac{5}{3}, \infty\right)$

$$y = (-3x + 5) - (2x + 4)$$

$$y = -3x - 5 - 2x - 4$$

$$y = -x - 9$$

Sestavení grafu:



Cvičení:

1. Sestrojte graf funkce $f: y = |x - 2| - |x + 3|$
2. Sestrojte graf funkce $f: y = |x + 2| - |2x - 4|$
3. Sestrojte graf funkce $f: y = |x - 5| - |2x + 4| + 3x$