

Funkce s absolutní hodnotou

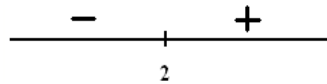
V těchto funkcích se vyskytuje jedna nebo více absolutních hodnot.

Řešíme podle tohoto postupu:

1. Najdeme nulové body všech absolutních hodnot
2. Zobrazíme body na číselné ose, tím ji rozdělíme na intervaly
3. Zkoumáme znaménka jednotlivých absolutních hodnot v daných intervalech
4. Je-li v daném intervalu +, nahradíme absolutní hodnotu závorkou, je-li v daném intervalu -, změníme znaménka uvnitř absolutní hodnoty a opět ji nahradíme závorkou.
5. V daných intervalech sestrojíme grafy funkce = po úpravě již lineární

Celkovým výsledkem by měla být lomená čára.

Příklad : $f: y = |x - 2| - 3$



nulovým bodem absolutní hodnoty je číslo 2

Na číselné ose vzniknou dva intervaly. Určíme jaké znaménko bude mít vnitřek absolutní hodnoty uvnitř každého intervalu

Dále řešíme zvlášť v každém intervalu:

a) $(-\infty, 2)$

$y = (-x + 2) - 3$

Jedná se o lineární

funkci:

$y = -x - 1$

x	-2	2
y	1	-3

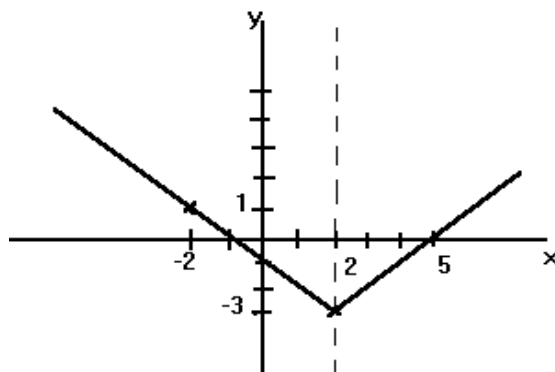
b) $(2, \infty)$

$y = (x - 2) - 3$

Jedná se o lineární funkci:

$y = x - 5$

x	2	5
y	-3	0

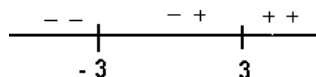


Příklad:

Sestrojte graf funkce $f: y = |x - 3| - |x + 3|$

Řešení:

Nulové body absolutních hodnot: 3, -3



Řešení se rozdělí na 3 funkce:

a) $x \in (-\infty, -3)$

f: $y = -x + 3 - (-x - 3)$
 $y = 6$ funkce konstantní

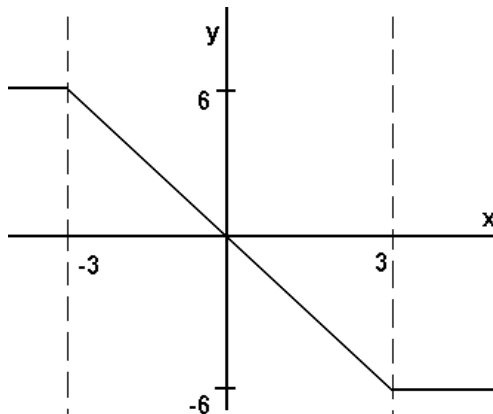
b) $x \in (-3, 3)$

f: $y = -x + 3 - (x + 3)$
 $y = -2x$
 funkce lineární

x	-3	3
y	6	-6

c) $x \in (3, \infty)$

f: $y = x - 3 - (x + 3)$
 $y = -6$ funkce konstantní

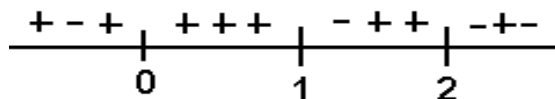


Příklad:

Sestrojte graf funkce f: $y = |1 - x| - 2|x| + |2 - x|$

Řešení:

Nulové body: 0, 1, 2



Funkce se skládá ze 4 částí:

a) $x \in (-\infty, 0)$

f: $y = 1 - x - 2(-x) + 2 - x$
 $y = 3$ konstantní funkce

b) $x \in (0, 1)$

f: $y = 1 - x - 2x + 2 - x$
 $y = -4x + 3$
 lineární funkce

x	0	1
y	3	-1

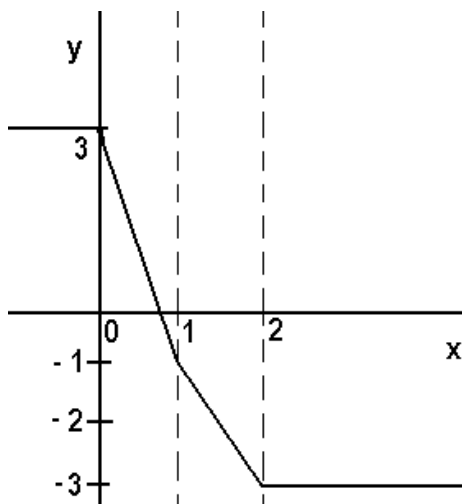
c) $x \in (1, 2)$

f: $y = -1 + x - 2x + 2 - x$
 $y = -2x + 1$

x	1	2
y	-1	-3

d) $x \in (2, \infty)$

f: $y = -1 + x - 2x - 2 + x$
 $y = -3$ konstantní funkce



Příklad:

Sestrojte graf funkce f: $y = |3x - 5| - |2x + 4|$

Řešení:

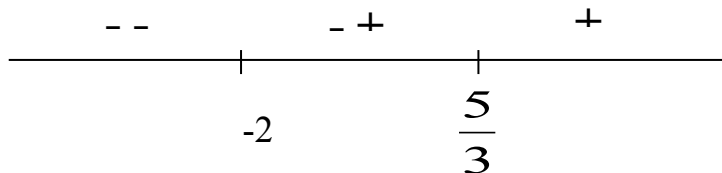
NB: $\frac{5}{3}, -2$

1. V intervalu $(-\infty, -2)$

$$y = (-3x + 5) - (-2x - 4)$$

$$y = -3x + 5 + 2x + 4$$

$$y = -x + 9$$



2. V intervalu $(-2, \frac{5}{3})$

$$y = (-3x + 5) - (-2x + 4)$$

$$y = -3x + 5 - 2x - 4$$

$$y = -5x + 1$$

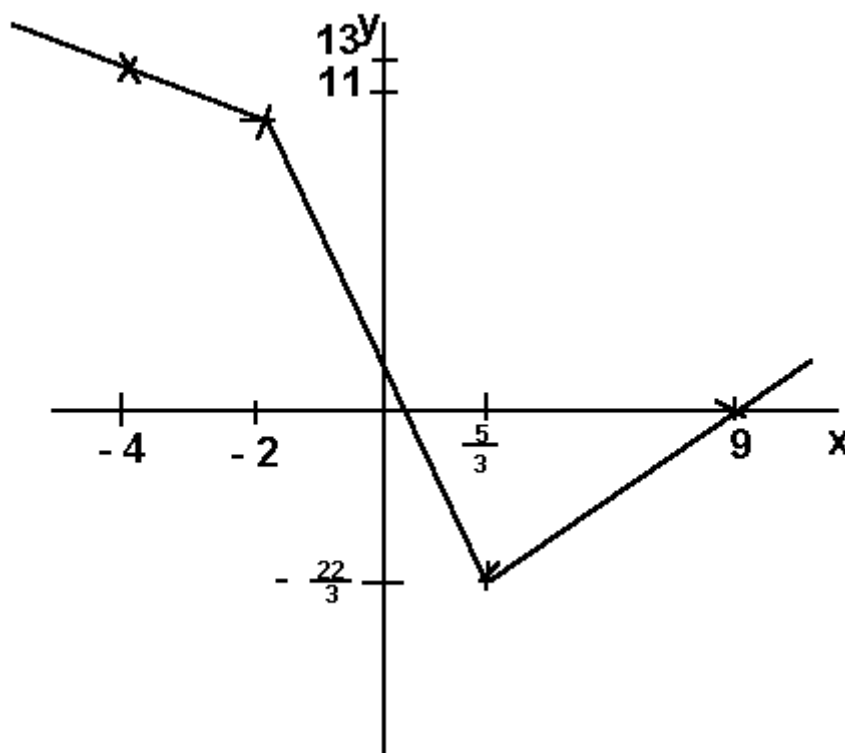
3. V intervalu $(\frac{5}{3}, \infty)$

$$y = (-3x + 5) - (2x + 4)$$

$$y = -3x - 5 - 2x - 4$$

$$y = -x - 9$$

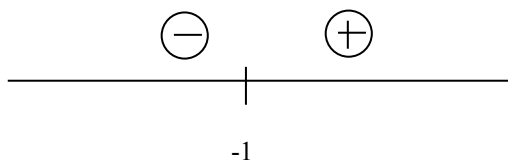
Sestavení grafu:



Příklad:

Sestrojte graf funkce $y = |x + 1| + 1$

Nulový bod: -1



a) $(-\infty, -1)$

$$y = -x - 1 + 1$$

$$y = -x$$

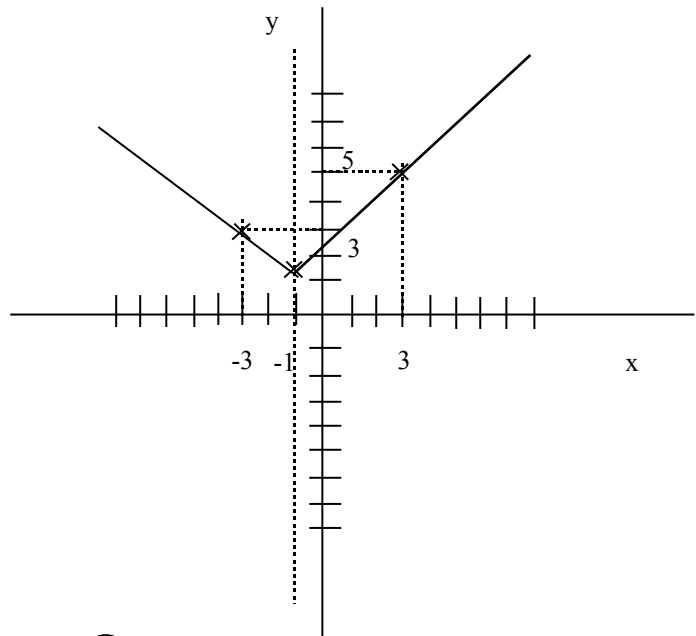
x	-3	-1
y	3	1

b) $\langle -1, \infty \rangle$

$y = x + 1 + 1$

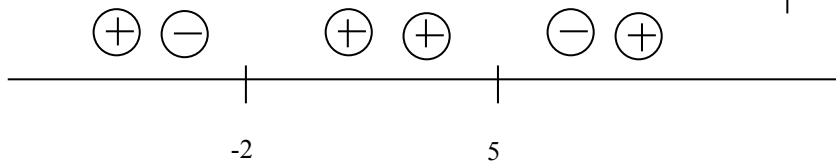
$y = x + 2$

x	-1	3
y	1	5



Příklad:

Sestrojte graf funkce: $y = |5 - x| - |x + 2|$



a) $\langle -\infty, -2 \rangle$

$y = (5 - x) - (-x - 2)$

$y = 5 - x + x + 2$

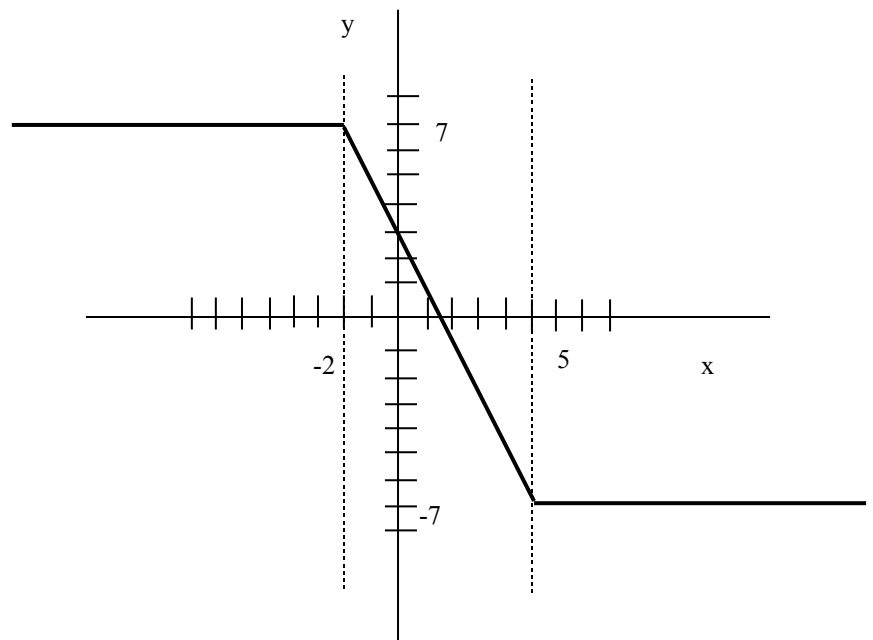
$y = 7$

b) $\langle -2, 5 \rangle$

$y = 5 - x - (x + 2)$

$y = -2x + 3$

x	-2	5
y	7	-7



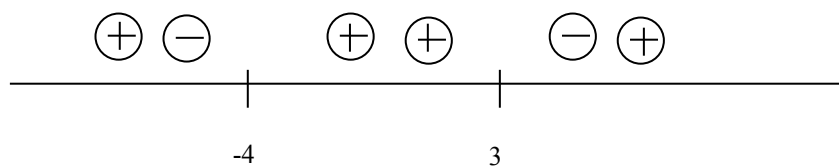
c) $\langle 5, \infty \rangle$

$y = -5 + x - (x + 2)$

$y = -7$

Příklad:

Sestrojte graf funkce: $y = |3 - x| - 2|x + 4|$



a) $(-\infty, -4)$

$$y = (3 - x) - 2(-x - 4)$$

$$y = 3 - x + 2x + 8$$

$$y = x + 11$$

x	-8	-4
y	3	-7

b) $(-4, 3)$

$$y = 3 - x - 2(x + 4)$$

$$y = -3x - 5$$

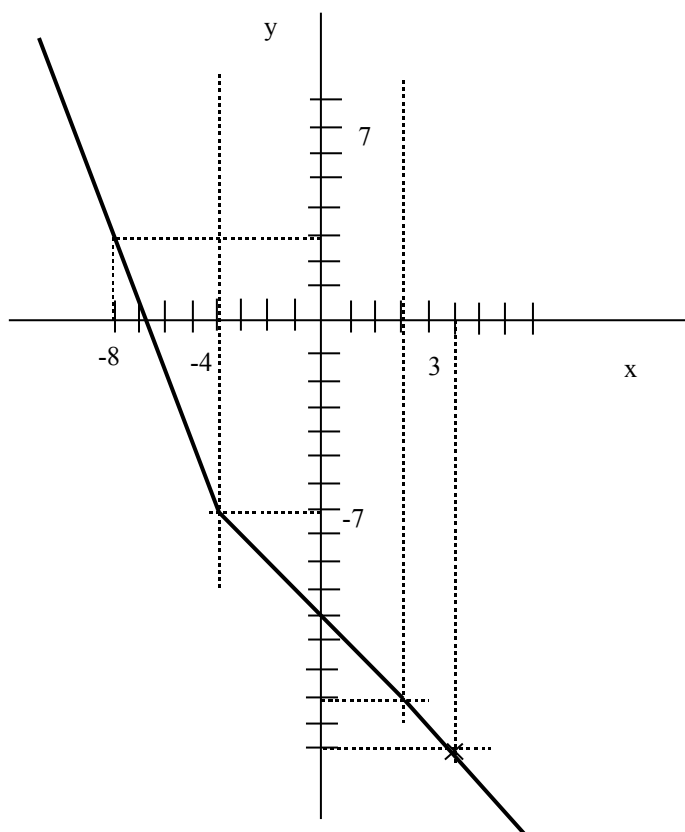
x	-4	3
y	7	-14

c) $(3, \infty)$

$$y = -3 + x - 2(x + 4)$$

$$y = -x - 11$$

x	3	5
y	-14	-16



Cvičení:

Sestrojte grafy funkcí:

1. $y = |x - 2| - 2x + 3$

2. $y = 2|x + 2| + |1 - x| - x - 4$

3. $y = |x + 2| + 3|x - 1| - 2|x - 3| + x$

Výsledky: