

Lineární rovnice

Definice:

Lineární rovnice nazýváme rovnost, kterou lze po ekvivalentních úpravách převést na tvar:

$$ax + b = 0$$

kde x je neznámá (kořen) rovnice. Kořenem rovnice je tedy $x = \frac{-b}{a}$.

Řešit rovnici znamená určit její kořen.

Součástí řešení rovnice bývá obvykle zkouška!

Dovolené úpravy rovnice (ekvivalentní úpravy rovnice):

- Rovnost zůstane zachována, **přičteme-li k oběma stranám totéž číslo nebo výraz.**
- Rovnost zůstane zachována, **násobíme-li obě strany týmž číslem nebo výrazem různým od 0.**
- Rovnost zůstane zachována, **převédeme-li kterýkoli člen z jedné strany rovnice na druhou s opačným znaménkem.**
- Rovnost zůstane zachována, **vyměníme-li strany rovnice.**

Příklady:

1) Řešte rovnici $2x + 4 = 12$ (rovnici upravíme tak, že na levé straně ponecháme všechny členy s x a na pravou převedeme ostatní \rightarrow číslo 4 se zn. -)

$$\begin{aligned} 2x &= 12 - 4 \\ 2x &= 8 \quad / :2 && \text{(celou rovnici dělíme č. 2)} \\ \underline{x} &= 4 \end{aligned}$$

Součástí řešení rovnice je i zkouška (vypočtený kořen dosadíme nejprve do levé strany rovnice, potom do pravé strany rovnice - obě se sobě musí rovnat.)

Zk: $L = 2 \cdot 4 + 4 = 12$ $P = 12$ $L=P$

2) Řešte rovnici $5x - 2 = 2x + 10$ (rovnici upravíme tak, že na levé straně ponecháme všechny členy s x a na pravou převedeme ostatní.)

$$\begin{aligned} 5x - 2x &= 10 + 2 \\ 3x &= 12 \quad / :3 && \text{(celou rovnici dělíme č. 3)} \\ \underline{x} &= 4 \end{aligned}$$

Zk: $L = 5 \cdot 4 - 2 = 18$ $P = 2 \cdot 4 + 10 = 18$ $L=P$

3) Řešte rovnici $2x - [(8x + 9) + 7] = 5 - (7 - 8x)$ (nejprve odstraníme závorky)
 $2x - [8x + 9 + 7] = 5 - 7 + 8x$ (je-li před závorkou -, mění se znaménka všech členů v závorce.)
 $2x - 8x - 16 = -2 + 8x$ (rovnici upravíme tak, že na levé straně ponecháme všechny členy s x a na druhou převedeme ostatní)
 $-6x - 8x = -2 + 16$
 $-14x = 14 \quad / : (-14)$ (celou rovnici dělíme č. -1)
 $\underline{x} = -1$

Zk: $L = 2 \cdot (-1) - [(8 \cdot (-1) + 9) + 7] = -2 - [(-8 + 9) + 7] = -2 - [1 + 7] = -2 - 8 = -10$
 $P = 5 - (7 - 8 \cdot (-1)) = 5 - (7 + 8) = -10$ $L=P$

4) Řešte rovnici $\frac{x+4}{3} + \frac{x-1}{2} = 1 + \frac{x+4}{4}$ / .12 (rovnici vynásobíme nejmenším společným násobkem jmenovatelů)
 $4 \cdot (x+4) + 6 \cdot (x-1) = 12 + 3 \cdot (x+4)$ (roznásobíme závorky)
 $4x + 16 + 6x - 6 = 12 + 3x + 12$ (rovnici upravíme tak, že na levé straně ponecháme vše-

chny členy s x a na pravou převedeme ostatní)

$$\begin{aligned}10x - 3x &= 24 - 10 \\7x &= 14 \quad /:7 \\x &= 2\end{aligned}$$

Zk: $L = \frac{2+4}{3} + \frac{2-1}{2} = \frac{6}{3} + \frac{1}{2} = 2 + 0,5 = 2,5$

$$P = 1 + \frac{2+4}{4} = 1 + \frac{6}{4} = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \quad \underline{L=P}$$

5) Řešte rovnici

$$\frac{3}{2} - \frac{10+x}{2x} = 0 \quad / \cdot 2x$$

$$3x - (10+x) = 0$$

$$3x - 10 - x = 0$$

$$2x = 10 \quad /:2$$

$$x = 5$$

Protože tato rovnice má neznámou obsaženou ve jmenovateli zlomku, musíme řešení doplnit o podmínky, za kterých má smysl. Ve jmenovateli zlomku nesmí být nula.

Podmínka: $x \neq 0$

Zk: $L = \frac{3}{2} - \frac{10+5}{2,5} = \frac{3,5-15}{10} = 0 \quad P = 0 \quad \underline{L=P}$

6) Řešte rovnici: $5 + \frac{3}{3x-12} = \frac{5-x}{x-4}$ (ze jmenovatele prvního zlomku vytkneme č.3)

$$5 + \frac{3}{3 \cdot (x-4)} = \frac{5-x}{x-4} \quad (\text{rovnici vynásobíme nejmenším společným násobkem}$$

jmenovatelů - výrazem $3 \cdot (x-4)$)
(roznásobíme závorky)

$$5 \cdot 3 \cdot (x-4) + 3 = (5-x) \cdot 3$$

$$15x - 60 + 3 = 15 - 3x$$

$$15x + 3x = 15 + 57$$

$$18x = 72 \quad /:18$$

$$x = 4$$

$$P: x - 4 \neq 0$$

$$x \neq 4$$

Kořen který vyšel při řešení rovnice je v rozporu s podmínkami, rovnice proto nemá žádné kořeny.

7) Řešte rovnici $\frac{x+3}{2} - \frac{2x-1}{3} = \frac{3x+4}{4} - \frac{11x-10}{12} \quad / \cdot 12$

$$6 \cdot (x+3) - 4 \cdot (2x-1) = 3 \cdot (3x+4) - (11x-10)$$

$$6x + 18 - 8x + 4 = 9x + 12 - 11x + 10$$

$$-2x + 22 = -2x + 22$$

$$0 = 0$$

Tato rovnost nevede k určení kořenu x. Rovnost platí \Rightarrow rovnice má **nekonečně mnoho řešení**.

8) Řešte rovnici: $\frac{3x-2}{2} - \frac{x+2}{4} = \frac{10x-3}{8} \quad / \cdot 8$

$$4(3x - 2) - 2(x + 3) = 10x - 3$$

$$12x - 8 - 2x - 6 = 10x - 3$$

$$10x - 14 = 10x - 3$$

$$0 = 11$$

Tato rovnost nevede k určení kořenu x . Rovnost neplatí \Rightarrow rovnice **nemá žádné řešení.**

Lineární rovnice - cvičení

1) Řešte rovnice:

$$a) 6 - a = 4$$

$$b) \frac{3}{5}b = -0,6$$

$$c) 3x + 10 - 2x - 5 = 4x - 1 - 3x + 9$$

$$d) 5(x - 1) - (7x - 8) = 3 - 2x$$

$$[a)2; b) - 1; c)\emptyset; d)\infty]$$

2) Řešte rovnice:

$$a) x - 2 = 3$$

$$b) 7 - x = 4$$

$$c) 2 = -6 - x$$

$$d) 5x = 10$$

$$e) 4 = \frac{m}{0,8}$$

$$f) -1 = -\frac{8}{5}t$$

$$g) \frac{x}{2} = \frac{4}{5}$$

$$h) \frac{6}{5} = \frac{v}{15}$$

$$i) -\frac{11}{8} = \frac{6}{7}x$$

$$[a)5; b)3; c) - 8; d)2; e)3,2; f)\frac{5}{8}; g)\frac{8}{5}; h)18; i) - \frac{77}{48}]$$

3) Řešte rovnice:

$$a) 3 - x = 2x + 15$$

$$b) 8 - 3x = 5 - x - 2x$$

$$c) 5b - 1 - 3 = 10 + b + 8$$

$$d) 5z + 2 + z = 2 + 7z - z$$

$$e) 13 - 2x = 5x + 1$$

$$f) 14 + 5y - y = 6y - 2$$

$$g) p + 8 - 14 = 2p + 3$$

$$h) 9x + 21 - 2x = 4x + 21$$

$$[a) - 4; b)\emptyset; c)5,5; d)\infty; e)\frac{12}{7}; f)8; g) - 9; h)0]$$

4) Řešte rovnice:

$$a) 6(y - 2) = 3 + 3(y + 1)$$

$$b) 4 - 2(3 - x) = x - 2 - 4$$

$$c) 10 + 6 - (x + 6) = 3(x - 10)$$

$$d) 0 = (5y - 1) \cdot 4 - 2(y + 7)$$

$$e) 2 = (y + 1)(2 - y) + y^2$$

$$f) 5x = (2 - 3x) \cdot 7 - 4(x + 1)$$

$$g) 6 - (t - 1)(t + 1) = t(5 - t)$$

$$h) 4x(x - 4) = x + (1 - 2x)^2$$

$$[a)6; b) - 4; c)10; d)1; e)0; f)\frac{1}{3}; g)1,4; h) - \frac{1}{13}]$$

5) Řešte rovnice:

$$a) x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$b) 3x = 5 - \frac{x}{3}$$

$$c) \frac{6}{7}y + \frac{1}{2} = 1$$

$$d) \frac{11}{4} = z - \frac{5}{6}z$$

$$e) \frac{1}{2}(y + 1) = 3$$

$$f) 1 + \frac{2y - 5}{6} = \frac{y}{3}$$

$$g) a = \frac{2}{5}(4 + 3a)$$

$$h) \frac{3y}{8} - 2 = \frac{3y - 16}{8}$$

$$i) \frac{x}{3} - \frac{x}{2} + \frac{x}{6} = x - 1$$

$$j) \frac{1}{5}x + 0,7x = 2 - \frac{x}{2}$$

$$k) 3y - 10 - \frac{y}{4} = y + 0,5$$

$$l) \frac{x}{3} = \frac{x + 3}{7} - \frac{2x + 5}{21}$$

$$[a)\frac{5}{4}; b)1,5; c)\frac{7}{12}; d)16,5; e)5; f)\emptyset; g) - 8; h)\infty; i)1; j)\frac{7}{10}; k)6; l)\frac{2}{3}]$$

6) Řešte rovnice:

$$a) \frac{5}{x} + 1 = \frac{9}{x} - 1$$

$$c) \frac{7}{4y} - \frac{1}{2y} + \frac{11}{y} = 0$$

$$b) \frac{1}{x} = 5 - \frac{2}{3x}$$

$$d) \frac{1}{2m} - \frac{2}{3m} = \frac{5}{6m} + 2$$

$$[a)2; b)\frac{1}{3}; c)\emptyset; d)-\frac{1}{2}]$$

7) Řešte rovnice:

$$a) \frac{3}{y+2} = \frac{1}{3-y}$$

$$d) \frac{1}{2x-14} - \frac{6}{x-7} = 1$$

$$b) \frac{5}{6(z+4)} = \frac{2}{2z-3}$$

$$e) \frac{12}{1+x} + \frac{12x}{x+1} = 0$$

$$c) \frac{3}{3x+3} = \frac{10}{10+10x}$$

$$f) \frac{8y}{3y-15} = \frac{4}{3} + \frac{4}{y-5}$$

$$[a)\frac{7}{4}; b)-31,5; c)R - \{-1\}; d)1,5; e)\emptyset; f)-2]$$

1) Řešte rovnici: $\frac{12-x}{4} + \frac{x+8}{3} = \frac{22-x}{6}$ [- 8]

2) Řešte rovnici: $x - 2\frac{1}{2} = \frac{4x+3}{4} - \frac{2-3x}{8}$ [- 8]

3) Řešte rovnici: $\frac{1}{x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x} = 1$ [6]

4) Řešte rovnici: $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{5}{x} = 20$ [$\frac{1}{2}$]

5) Řešte rovnici: $\frac{1}{n} + \frac{3}{4n} = 1\frac{3}{4}$ [1]

6) Řešte rovnici: $\frac{5}{4y} + \frac{6}{5y} + \frac{7}{6y} = 3\frac{37}{60}$ [1]

7) Řešte rovnici: $\frac{9+x}{x} - 5 = \frac{6}{x}$ [$\frac{3}{4}$]

8) Řešte rovnici: $\frac{7}{u} + \frac{1}{3} = \frac{23-u}{3u} + \frac{7}{12} - \frac{1}{4u}$ [5]

9) Řešte rovnici: $\frac{x+3}{x-5} + \frac{x-10}{x-8} = 2$ [9]

10) Řešte rovnici: $\frac{a-1}{a+7} + \frac{a+6}{a+4} = 2$ [-3]

11) Řešte rovnici: $\frac{5z-4}{z-4} - \frac{z+6}{z+2} = 4$ [2]

12) Řešte rovnici: $\frac{7m+4}{m+1} + \frac{2m+9}{m-3} = 9$ [-2]

- 13) Řešte rovnici: $\frac{3y-4}{y+4} + \frac{6y-4}{3y-7} = 5$ [4]
- 14) Řešte rovnici: $\frac{2k+3}{3k+1} - \frac{k+5}{3k+1} = \frac{1}{4}$ [9]
- 15) Řešte rovnici: $\frac{1}{6} + \frac{x+2}{3x-3} = \frac{2x-1}{2(x-1)} + \frac{1-x}{2x-2}$ [nemá řeš.]
- 16) Řešte rovnici: $\frac{m+1}{m-1} - \frac{5}{2m-2} = \frac{m}{0,5m-0,5} - 3,5$ [2]
- 17) Řešte rovnici: $(2y-3)^2 + (3y-4)^2 + (4y-5)^2 = 29y^2 - 26$ [1]
- 18) Řešte rovnici: $(2x-5)(8x-1) - (4x-3)^2 = 12(x-1) - 7$ [$\frac{1}{2}$]
- 19) Řešte rovnici: $(6-k)^2 - (k-3)^2 = (5-k)^2 - (k-2)^2 + 5$ [nemá řeš.]
- 20) Řešte rovnici: $(5-y)^2 + (y-3)^2 = (6-y)^2 - 6 + (y-2)^2$ [nekoneč. mnoho řeš.]
- 21) Řešte rovnici: $\frac{x-2}{5} - \frac{2x-9}{10} = \frac{5}{x+3}$ [7]
- 22) Řešte rovnici: $\frac{3y-2}{6} - \frac{y-2}{2} = \frac{4}{y+3}$ [3]
- 23) Řešte rovnici: $\frac{n+3}{3} - \frac{8}{n+11} = \frac{3n+1}{9}$ [-2]
- 24) Řešte rovnici: $\frac{2a+7}{6} - \frac{a+4}{3} = \frac{2}{a-6}$ [-6]
- 25) Řešte rovnici: $\frac{4k+5}{8} - \frac{k+1}{2} = \frac{1}{k+13}$ [-5]
- 26) Řešte rovnici: $\frac{x+7}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = -\frac{3}{x^2-4}$ [-1]
- 27) Řešte rovnici: $\frac{y-2}{y-1} + \frac{4-y}{y+1} = \frac{6}{y^2-1}$ [3]
- 28) Řešte rovnici: $\frac{d-4}{d+3} - \frac{10}{d^2-9} = \frac{d-6}{d-3}$ [5]
- 29) Řešte rovnici: $\frac{g+1}{2g-3} - \frac{7}{4g^2-9} = -\frac{4-g}{2g+3}$ [1]
- 30) Řešte rovnici: $\frac{2k+1}{k+3} - \frac{2k+7}{k-1} = \frac{6}{k^2+2k-3}$ [-2]
- 31) Řešte rovnici: $\frac{3x+13}{3x+2} - \frac{1}{6x^2+x-2} = \frac{2x+1}{2x-1}$ [1]
- 32) Řešte rovnici: $\frac{a+1}{4} - \frac{3a-1}{12} = \frac{4}{9-a}$ [-3]
- 33) Řešte rovnici: $\frac{7t-4}{14} - \frac{3}{3t+8} = \frac{t-1}{2}$ [2]

34) Řešte rovnici: $\frac{2}{(3-x)(x-1)} = \frac{2}{(x-1)(x+7)}$ [-2]

35) Řešte rovnici: $\frac{3}{(y-2)(y+3)} = \frac{1}{(y-2)(y-1)}$ [3]

36) Řešte rovnici: $\frac{x}{x^2-x-12} + 2 + \frac{11+3x}{x+3} = \frac{5x}{x-4}$ [-4]

37) Řešte rovnici: $\frac{3(1+m)}{2} - \left(\frac{1+m}{4} + 1 \right) = \frac{5m+1}{7} - \left(\frac{3m-1}{2} - 3 \right)$ [$\frac{5}{3}$]

38) Řešte rovnici: $\frac{9x}{8} - \left(\frac{x-2}{6} + \frac{5x-4}{12} \right) - \left(x - \frac{3x+2}{3} - \frac{3x}{4} \right) = 6 + \frac{2x+1}{3}$ [8]

39) Řešte rovnici: $\frac{1}{2}(3g - \frac{1}{2}) - \frac{1}{3}(4g - \frac{1}{3}) = \frac{1}{4}(6g - 5) - \frac{2}{3}$ [$\frac{4}{3}$]

40) Řešte rovnici: $(k+1)^3 - (k-1)^3 = 6(k+2)(k-1) + 9(k+1) - 9(k-1)$ [- $\frac{2}{3}$]

41) Řešte rovnici: $\frac{2 - \frac{y}{4}}{3} + 2 = y - \frac{1 - \frac{3y}{2}}{4}$ [2]

42) Řešte rovnici: $\frac{\frac{x}{4} + \frac{1}{2}}{2-x} = -\frac{1}{8}$ [-6]

43) Řešte rovnici: $\frac{\frac{y}{10} + \frac{6}{5}}{y-5} = \frac{2}{3}$ [8]