6

Funkce – definiční obor funkce, graf funkce kvadratické a funkce s absolutní hodnotou

Funkce je předpis, který každému **x** přiřazuje právě jedno **y**.

Definiční obor funkce = množina čísel, která můžeme za **x** dosadit.

Např:

f: y = $\frac{1}{x}$ za **x** nelze dosadit **0**

D(f) = R - { 0 }

Funkce bývá zadána funkčním předpisem a v některých případech definičním oborem. Pokud definiční obor není zadán, je třeba určit tzv." maximální definiční obor"

Příklad:

Je dána funkce **f:** $y = 3x - \sqrt{x+3}$. Určete **D(f)**

Řešení:

V této funkci se vyskytuje odmocnina a proto musí platit: $x + 3 \geq 0$ tedy $x \geq -3$

D(f) = $\langle -3, \infty)$

Příklad:

Je dána funkce **f:** $y = 3x - \frac{\sqrt{x+3}}{4} + \frac{3}{\sqrt{2-x}}$. Určete **D(f)**

Řešení:

V této funkci se vyskytují dvě odmocniny a proto musí platit:

a) $x + 3 \geq 0$ tedy $x \geq -3$

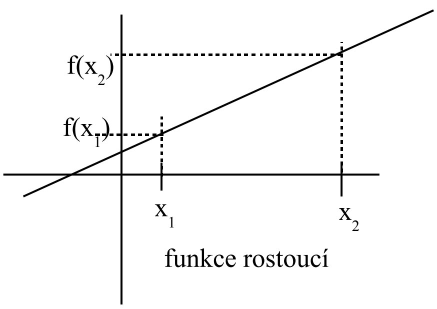
b) $2 - x > 0$ tedy $x < 2$

D(f) = $\langle -3, 2)$

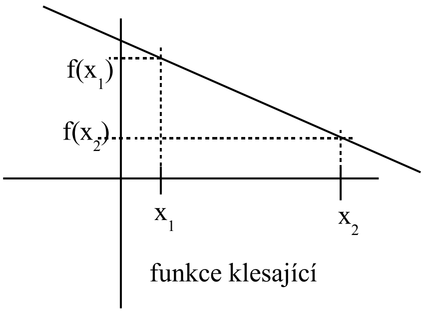
Vlastnosti funkce:

Funkce rostoucí – je taková funkce, pro jejíž všechna x_1, x_2 platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak je $f(x_1) < f(x_2)$

Funkce klesající – je taková funkce, pro jejíž všechna x_1, x_2 platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak je $f(x_1) > f(x_2)$



funkce rostoucí



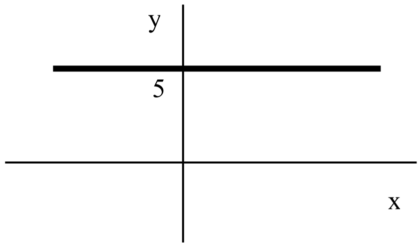
funkce klesající

Konstantní funkce

Je to funkce daná předpisem: **f**: $y = k$

Jejím grafem je vždy přímka rovnoběžná s osou x, procházející bodem o souřadnici k na ose y.

Příklad: f . y = 5



Lineární funkce

Je to funkce daná předpisem: **f**: $y = ax + b$

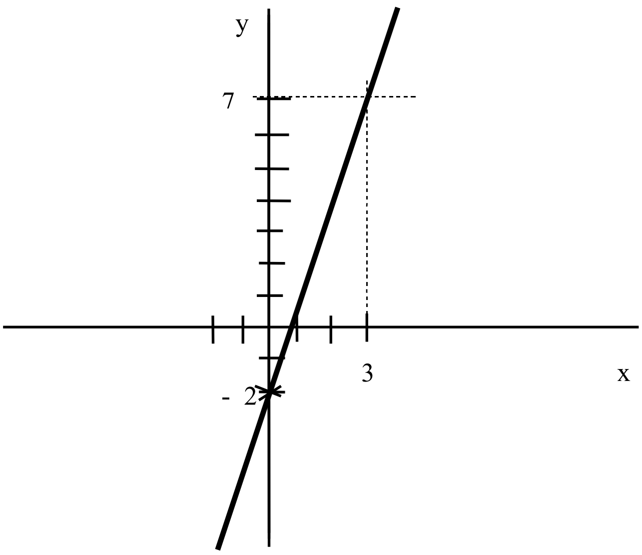
Jejím grafem je vždy přímka. K sestrojení grafu potřebujeme pouze dva body. Jedním bodem je např průsečík s osou y - bod [0 , b].

Příklad:

Sestrojte graf funkce f: y = 3x -2

Řešení:

K sestrojení použijeme tabulku:



x	0	3
y	-2	7

Funkce s absolutní hodnotou

V těchto funkcích se vyskytuje jedna nebo více absolutních hodnot.

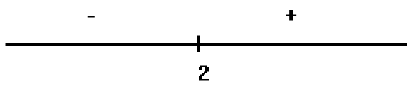
Řešíme podle tohoto postupu:

1. Najdeme nulové body všech absolutních hodnot
2. Zobrazíme body na číselné ose, tím ji rozdělíme na intervaly
3. Zkoumáme znaménka jednotlivých absolutních hodnot v daných intervalech
4. Je-li v daném intervalu +, nahradíme absolutní hodnotu závorkou, je-li v daném intervalu -, změníme znaménka uvnitř absolutní hodnoty a opět ji nahradíme závorkou.
5. V daných intervalech sestrojíme grafy funkce = po úpravě již lineární

Celkovým výsledkem by měla být lomená čára.

<u>Příklad</u> : f : $y = |x - 2| - 3$

nulovým bodem absolutní hodnoty je číslo 2



Na číselné ose vzniknou dva intervaly. Určíme jaké znaménko bude mít vnitřek absolutní hodnoty uvnitř každého intervalu

Dále řešíme zvlášť v každém intervalu:

a) $\left(-\infty, 2\right\rangle$

y = (- x + 2) - 3 Jedná se o lineární funkci:

x	-2	2
y	1	-3

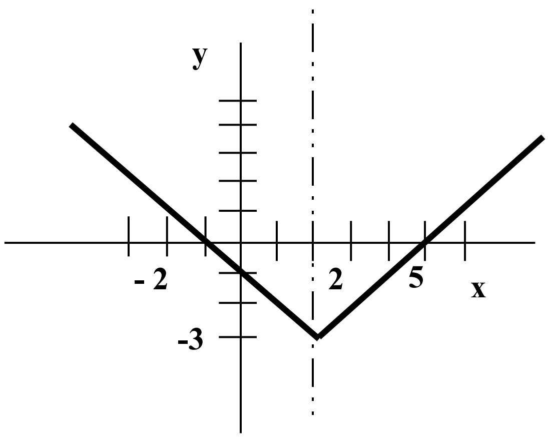
y = - x - 1

b) $\left\langle 2, \infty\right)$

y = (x - 2) -3 Jedná se o lineární funkci:

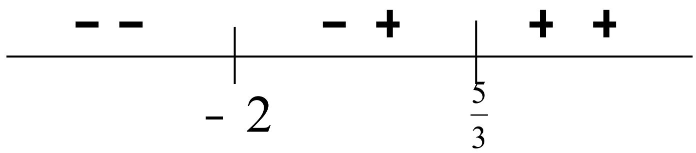
x	2	5
y	-3	0

y = x - 5



<u>Příklad:</u> f: $y = |3x - 5| - |2x + 4|$

NB: $\frac{5}{3}$, -2

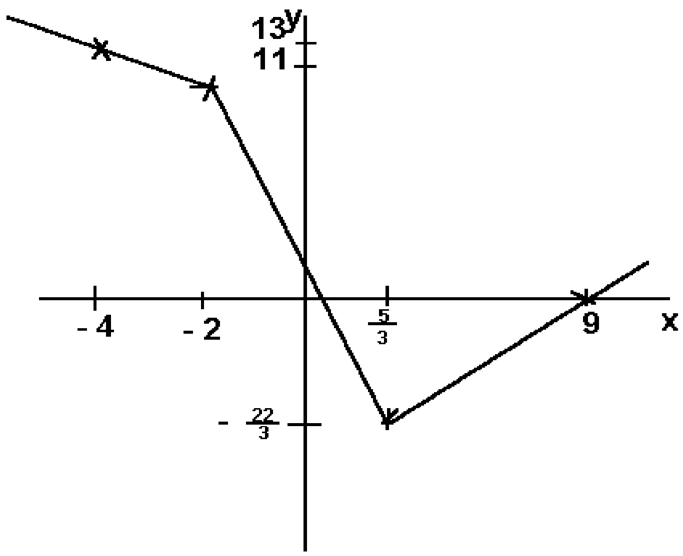


1. V intervalu $\left(-\infty, -2\right\rangle$
   y = (-3x + 5) - (-2x - 4)
   y = -3x + 5 + 2x + 4
   y = - x + 9

2. V intervalu $\left\langle -2, \frac{5}{3}\right\rangle$
   y = (-3x + 5) - (-2x + 4)
   y= -3x + 5 - 2x - 4
   y= -5x + 1

3. V intervalu $\left\langle \frac{5}{3}, \infty\right)$
   y= (-3x + 5) - (2x + 4)
   y= -3x - 5 - 2x - 4
   y= x - 9

Sestavení grafu:



Cvičení:

1. Sestrojte graf funkce f: $y = |x - 2| - |x + 3|$
2. Sestrojte graf funkce f: $y = |x + 2| - |2x - 4|$
3. Sestrojte graf funkce f: $y = |x - 5| - |2x + 4| + 3x$

Kvadratická funkce:

Je to funkce daná předpisem: $f: \quad y = ax^2 + bx + c$ kde $a \neq 0$

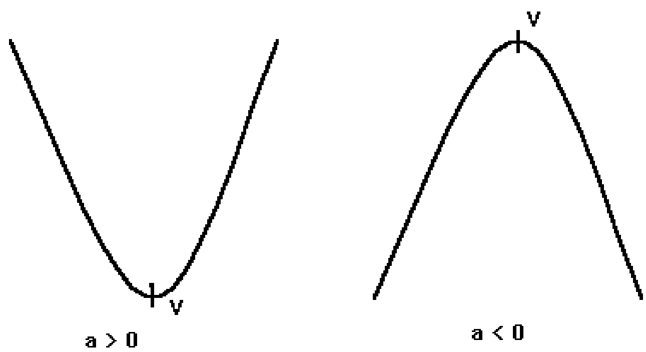
Grafem kvadratické funkce je parabola. Graf sestrojíme pomocí vrcholu a průsečíku s osou y:

Souřadnice vrcholu vypočteme takto: $x_v = \dfrac{-b}{2a}$ y_v získáme dosazením x_v do původní rovnice

Průsečík s osou y je bod , jehož x - ová souřadnice je rovna 0: $P_y = [0, c]$

Každá parabola vznikne posunutím nebo otočením základní funkce $f: \quad y = ax^2$

Je - li $a > 0$, tvoří vrchol minimum funkce , je-li $a < 0$, tvoří vrchol maximum funkce.



Příklad:

Sestrojte graf funkce $f: \quad y = 2x^2 - 4x + 3$

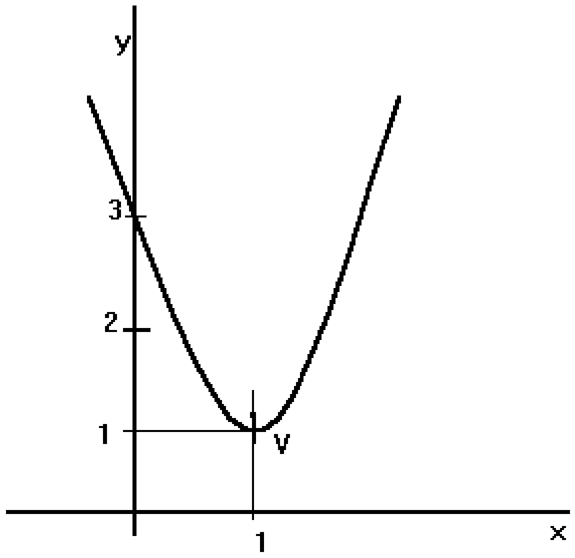
Řešení:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 1 \qquad \underline{V = [\,1\,,\,1]}$$

$$y_v = 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 3 = 1$$

P_y : x = 0 $\qquad$ P_y = [0 , 3]

Vrchol tvoří minimum funkce, je možno použít šablonu pro funkci $f: \quad y = 2x^2$



Průběh funkce:

$(-\infty, 1)$ - klesající

$(1, \infty)$ - rostoucí

V - minimum