

## Objem a povrch komolého jehlanu a komolého kužele

### Komolý jehlan:

Objem :  $V = \frac{1}{3}v(Sp_1 + \sqrt{Sp_1Sp_2} + Sp_2)$

Povrch:  $S = S_{pláště} + S_{p1} + S_{p2}$

### Příklad:

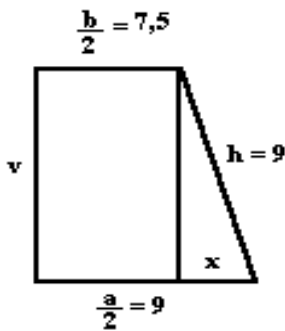
Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li hrana dolní podstavy 18 cm a hrana horní podstavy 15 cm. Stěnová výška je 9 cm.

### Řešení:

a) Povrch  $S = S_{pláště} + S_{p1} + S_{p2}$

$$S = 4 \cdot \frac{(18 + 15) \cdot 9}{2} + 18^2 + 15^2 = 1176 \text{ cm}^2$$

Pro výpočet objemu potřebujeme znát výšku tělesa. Tu nejlépe určíme v řezu.



$$x = 9 - 7,5 = 1,5$$

$$v = \sqrt{h^2 - x^2}$$

$$v = \sqrt{81 - 2,25} = 8,875$$

Dále vypočteme objem tělesa - dosazením do vzorce

$$V = \frac{1}{3}v(Sp_1 + \sqrt{Sp_1Sp_2} + Sp_2)$$

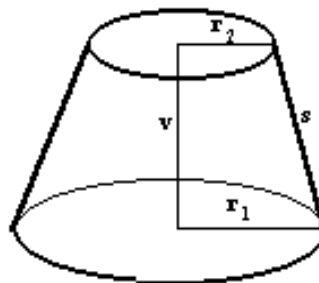
$$V = \frac{1}{3} \cdot 8,875 \cdot (18^2 + \sqrt{18^2 \cdot 15^2} + 15^2)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 8,875 \cdot (324 + 18 \cdot 15 + 225) = 2422,63 \text{ cm}^3$$

### 5) Komolý kužel :

Objem:  $V = \frac{1}{3}\pi \cdot v(r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2)$

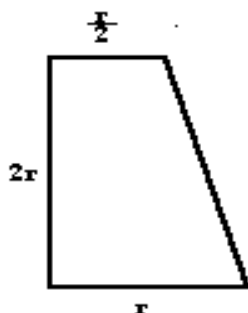
Povrch:  $S = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi(r_1 + r_2) \cdot s$



### Příklad:

Vypočítejte objem komolého rotačního kužele, jehož poloměry podstav jsou  $r$ ,  $r/2$  a výška se rovná  $2r$ .

### Řešení:



$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 2r \left( r^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{4} \right)$$

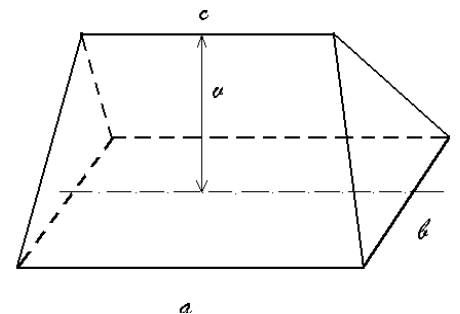
$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 2r \left( \frac{4r^2 + 2r^2 + r^2}{4} \right)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r \frac{7r^2}{2} = \frac{7}{6} \pi \cdot r^3$$

Cvičení:

- 1.) Vypočítejte povrch a objem pravidelného komolého n-bokého jehlanu, jsou-li dány hrany podstav  $a_1$  a  $a_2$ , pobočná hrana  $h$  nebo výška  $v$ :
  - a)  $n = 3$ ,  $a_1 = 11$ ,  $a_2 = 25$ ,  $v = 4$
  - b)  $n = 4$ ,  $a_1 = 2,4$ ,  $a_2 = 1,8$ ,  $h = 3,4$
  - c)  $n = 6$ ,  $a_1 = 15$ ,  $a_2 = 6$ ,  $v = 20$

[ a)  $S = 630,07$  ;  $V = 590$  ; b)  $S = 37,6$  ;  $V = 14,9$  ; c)  $S = 2030$  ;  $V = 6080$  ]
- 2.) Kolik váží ocelový ingot tvaru pravidelného komolého jehlanu čtyřbokého, svírá-li jeho pobočná hrana  $h = 4\text{dm}$  s rovinou podstavy úhel  $\varphi = 60^\circ$ , hrana větší podstavy je  $a = 3\text{dm}$ , měrná hustota  $\rho = 7,8\text{g/cm}^3$ .  
[ 86 kg ]
- 3.) Plášť pravidelného trojbokého komolého jehlanu je  $S_1 = 324\text{dm}^2$ . Pobočná hrana se rovná hraně dolní podstavy a je 2x delší než hrana horní podstavy. Určete tělesovou výšku.  
[ 11,66 ]
- 4.) Pravidelný šestiboký komolý jehlan má podstavné hrany  $a = 65$ ,  $a' = 25$  a pobočnou hranu  $b = 85$ . Určete objem a povrch tělesa.  
[  $S = 34\,907$ ,  $V = 420\,560$  ]
- 5.) Podstavami pravidelného komolého jehlanu jsou čtverce. Délky jejich stran se liší o 6 dm. Objem tělesa je 1 813 dm, výška  $v = 7$  dm. Vypočítejte délky hran obou podstav.  
[  $a = 19$  dm ,  $a' = 13$  dm ]
- 6.) Vypočítejte povrch a objem pravidelného komolého čtyřbokého jehlanu, je-li hrana dolní podstavy  $a = 48$ , hrana horní podstavy  $a' = 44$  a pobočná výška  $v' = 24$ .  
[  $S = 8\,656$ ,  $V = 50\,639$  ]
- 7.) Písek je narovnan na hromadě, jejíž obdélníková podstava má rozměry  $a = 2,2$  m ,  $b = 1,7$  m. Horní hrana  $c = 1,3$  m. Výška hromady je 1,1 m. Kolik  $\text{m}^3$  písku je v hromadě vyrovnáno?  
[  $V = 1,776\,5\text{ m}^3$  ]
- 8.) V rotačním kuželi svírají strany osového řezu úhel  $\gamma = 70^\circ 40'$ , délka kruhové hrany je 84,9 cm. Vypočítejte tělesovou výšku.  
[ 38,5 cm ]
- 9.) Rovnostranný kužel má tělesovou výšku  $v = 15$  cm, vypočítejte jeho stranu a poloměr podstavy.  
[  $a = 17,32$  cm,  $r = 8,66$  cm ]
- 10.) Obsah osového řezu nerotačního kužele je  $P = 500$ , strana  $s = 40$  svírá s druhou stranou s úhel  $\alpha = 30^\circ$ . Vypočítejte poloměr podstavy a tělesovou výšku.  
[  $r = 12,6$  ,  $v = 39,7$  ]
- 11.) Vypočítejte objem rotačního kužele, je-li  $r = 6$  cm,  $S = 243,76$  cm.  
[  $V = 130,8$  cm ]
- 12.) Vypočítejte povrch rotačního kužele, je-li  $v = 4,8$  dm,  $V = 130$   $\text{dm}^3$ .  
[  $S = 192,91$   $\text{dm}^2$  ]
- 13.) Vypočítejte poloměry  $r_1$  ,  $r_2$  podstav rotačního komolého kužele, je-li jeho strana  $s = r_1 + r_2$ , tělesová výška  $v = 1$  dm a odchylka strany od roviny podstavy je  $\alpha = 45^\circ$ .  
[  $r_1 = 12,07$  ;  $r_2 = 2,07$  ]



- 14.) Násypná šachta má tvar rotačního komolého kužele ; vypočtete poloměry podstav  $r_1$  ,  $r_2$  , je-li strana  $s = 2$  m, odchylka strany od roviny podstavy je  $\alpha = 30^\circ$  a tělesová výška kužele doplňujícího komolý kužel na úplný je  $v' = 1$  m.

$$[ r_1 = 3,464 \text{ mm} ; r_2 = 1,732 \text{ mm} ]$$

- 15.) Vypočtete výšku rotačního komolého kužele , je-li dán jeho objem  $V = 516 \text{ cm}^3$  a poloměry podstav  $r_1 = 9,4 \text{ cm}$  a  $r_2 = 4,2 \text{ cm}$

$$[ v = 3,387 \text{ cm} ]$$

- 16.) Rotační kužel o tělesové výšce 22 dm a poloměru podstavy 7 dm máme rozpůlit rovinou rovnoběžnou s podstavou. Jak velký bude poloměr řezu a výšky obou částí?

$$[ r = 5,556 \text{ dm} ; v_1 = 17,46 \text{ dm} ; v_2 = 4,54 \text{ dm} ]$$

- 17.) Střecha věže má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu o délce podstavné hrany  $a = 7,2 \text{ m}$  a tělesové výšce  $v = 4,8 \text{ m}$  . Kolik  $\text{m}^2$  plechu se spotřebuje na její pokrytí, počítáme-li na spoje a odpad 15%.

$$[ 100 \text{ m}^2 ]$$

- 18.) Kolik  $\text{cm}^2$  materiálu se spotřebuje na výrobu nálevky tvaru komolého kužele, jehož průměry podstav jsou  $d_1 = 10 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 40 \text{ mm}$  a výška nálevky  $v = 36 \text{ mm}$ ?

$$[ 31 \text{ cm}^2 ]$$