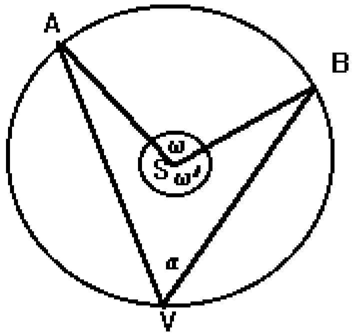
23

Shodná zobrazení, středový a obvodový úhel, početní i konstrukční úlohy

Konstrukční úloha má mít tyto části:
a) rozbor s náčrtkem
b) konstrukční zápis
c) vlastní konstrukci
d) diskusi o počtu řešení

Středový a obvodový úhel

Je dána kružnice k se středem S a poloměrem r. Na kružnici leží dva body A , B .Tyto dva body dělí kružnici na dva oblouky - větší a menší (vyjímečně i stejné) .

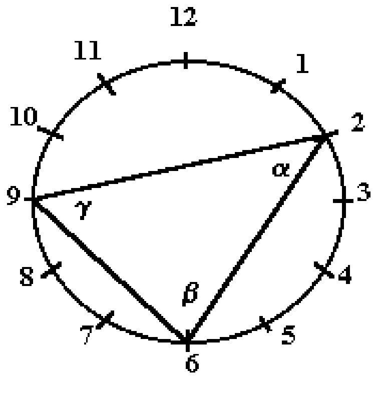


úhel $\omega = \sphericalangle ASB$ - konvexní středový úhel (přísluší menšímu oblouku)
$\omega' = \sphericalangle ASB$ - nekonvexní středový úhel (přísluší většímu oblouku)
Bod V leží na větším oblouku - tvoří úhel α :
$\alpha = \sphericalangle AVB$ - obvodový úhel

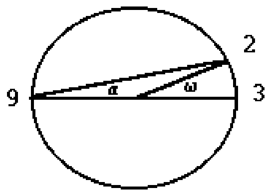
Platí : $\alpha = \frac{1}{2} . \omega$

Příklad:
Určete velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku, který vznikne spojením čísel 2 , 6 , 9 na hodinovém ciferníku.

Řešení:



Sestrojíme pomocný obrázek:



ω je středový úhel příslušející 1 dílku na ciferníku:
$\omega = 360°: 12 = 30°$
α je k němu úhel obvodový $\alpha = 15°$

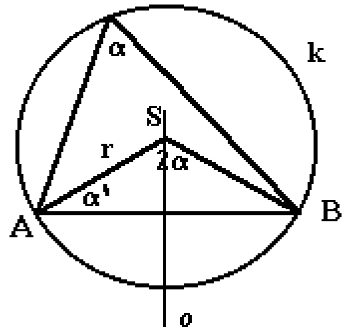
U každého vnitřního úhlu v trojúhelníku musíme určit, kolik dílků leží mezi koncovými body jeho ramen:
α .... 3 dílky .....$\alpha = 3 . 15° = 45°$
β ..... 5 dílků .....$\beta = 5 . 15° = 75°$
γ ...... 4 dílky ....$\gamma = 4 . 15° = \underline{60°}$
180°

Příklad:
Určete geometrické místo bodů, z nichž je danou úsečku vidět pod úhlem α .
Řešení:

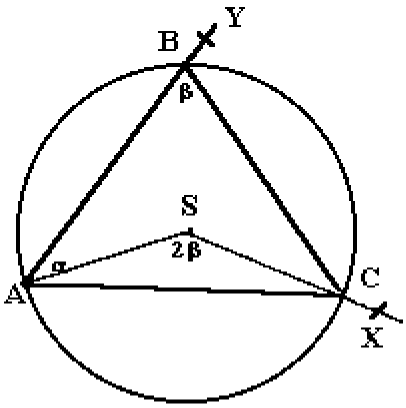
Nejprve sestrojíme úsečku AB . Potom výpočtem určíme úhel α':

$$\alpha' = (180° - 2\alpha) : 2 = 90° - \alpha$$

Vypočtený úhel sestrojíme podle obrázku. Dále sestrojíme osu bodů AB a najdeme bod S. Opíšeme kružnici k se středem S tak, aby body A i B na ní ležely.
Větší oblouk tvoří množinu všech bodů, z nichž je danou úsečku vidět pod úhlem α.



Příklad:
Sestrojte trojúhelník ABC je -li dáno $\alpha = 70°$, $\beta = 50°$, $r = 3$ cm (poloměr kružnice opsané).
Řešení:



Konstrukce:
1) k ; k(S, r = 3 cm)
2) A ; $A \in k$
3) $< ASX$; $|< ASX| = 2\beta$
4) C ; $C \in k \cap \rightarrow SX$
5) α ; $\alpha = < CAY$
6) B ; $B \in k \cap \rightarrow AY$
7) ΔABC

Geometrická zobrazení

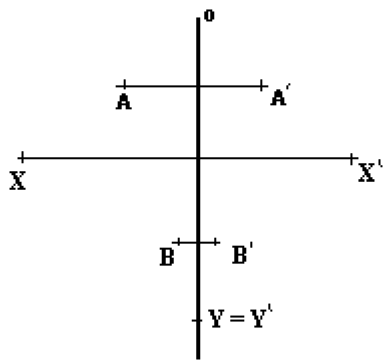
1) Shodná zobrazení:

a) *Identita*

je to geometrické zobrazení, které každému bodu X přiřazuje jako obraz tentýž bod X´. Každý bod v tomto zobrazení je samodružný.

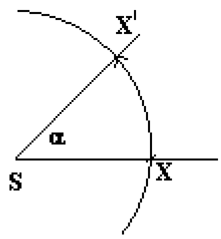
b) *Osová souměrnost*

je to takové zobrazení, které každému bodu X (vzor) přiřazuje bod X´ (obraz) podle obrázku. Všechny úsečky XX´mají společnou osu o . Všechny body ležící na ose o jsou samodružné.



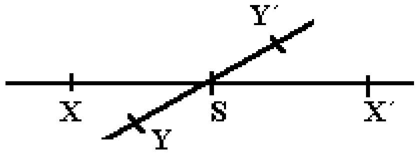
c) *Otočení*

je to geometrické zobrazení, které je určeno středem S a úhlem α. Bodu X je přiřazen obraz X´, tak, že platí $|XS| = |X'S|$ a $< XSX' = \alpha$.
Střed otočení je samodružný.



d) *Středová souměrnost*

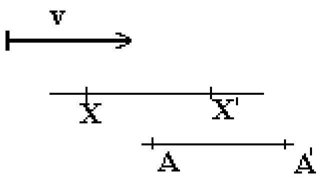
je to otočení s úhlem $\alpha = 180°$



e) *Posunutí*

je to geometrické zobrazení, které každému bodu X přiřazuje obraz X′tak, že všechny uspořádané dvojice [X , X′] určují týž vektor v = XX′.

Vektor XX′se nazývá vektor posunutí .



<u>Cvičení:</u>

1. Na hodinovém ciferníku spojte čísla 2, 8, 11 . V takto vzniklém trojúhelníku vypočtěte vnitřní úhly.
2. Na hodinovém ciferníku spojte čísla 1, 7, 11 . V takto vzniklém trojúhelníku vypočtěte vnitřní úhly.
3. Na hodinovém ciferníku spojte čísla 4, 8, 14 . V takto vzniklém trojúhelníku vypočtěte vnitřní úhly.
4. Sestrojte trojúhelník ABC , a= 7 , b= 6 , c = 8. Mimo trojúhelník sestrojte libovolnou přímku p . Sestrojte obraz trojúhelníku v osové souměrnosti určené osou p.
5. Sestrojte obdélník ABCD - a = 8 , b = 4 . V tomto obdélníku najděte střed strany AB - označte jej S . Zobrazte trojúhelník ve středové souměrnosti určené středem S.
6. Sestrojte trojúhelník KLM . Najděte střed strany KL - označte jej R . Najděte obraz trojúhelníku KLM v otočení určeném středem R a úhlem 60°.
7. Sestrojte čtverec ABCD , a = 6 . Najděte střed úhlopříček čtverce - označte jej E . Najděte obraz čtverce v posunutí určeném vektorem $\vec{EB}$.
8. Sestrojte kružnici k se středem S a poloměrem r = 4 cm . Na kružnici zvolte libovolný bod A . Sestrojte obraz kružnice v středové souměrnosti se středem A.
9. Sestrojte libovolně dvě různoběžky a , b . Dále sestrojte kružnici se středem S a poloměrem r = 4 cm tak, aby se obou různoběžek dotýkala.
10. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno v_c = 5 cm ; a : b : c = 2 : 3 : 4.
11. Jsou dány rovnoběžky p , q a bod A , který neleží na žádné z nich. Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC tak, aby B ležel na p a C na q. [úloha na otočení]
12. Přímá cesta rovnoměrně stoupá na každý metr o 10 cm. O kolik metrů stoupne cesta na vzdálenost 1250 m ?
    (úloha na podobnost trojúhelníků) [125 m]
13. Tovární komín vrhá na rovinu dvora stín dlouhý 40 m a v téže době vrhá svislá tyč délky 2 m stín dlouhý 3 m. Určete výšku továrního komína. [26,66 m]
14. Sestrojte trojúhelník ABC , a = 6 cm , b = 7 cm , c = 5 cm. Mimo tento trojúhelník zvolte libovolně bod S a zobrazte tento trojúhelník ve stejnolehlosti určené středem S a koeficientem k = 0,5.
15. Sestrojte kružnici *k* se středem S a poloměrem r = 4 cm . Dále sestrojte úsečku SL velikosti 7 cm. Sestrojte kružnici *m* se středem L a poloměrem r = 2 cm . Těmto kružnicím veďte společnou tečnu.
16. Sestrojte všechny společné tečny kružnic $k_1[S_1;4\text{ cm}]$, $k_2[S_2;3\text{ cm}]$, je-li S_1S_2 = 9 cm.