

## Mocniny a odmocniny

### a) Mocniny s přirozeným exponentem

Definice mocniny  $a^n$ :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ činitelů}}$$

Př:  $a^2 = a \cdot a$   
 $a^3 = a \cdot a \cdot a$   
 $a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a$

atd.

názvy:  $a$  - základ mocniny  
 $n$  - exponent

Platí:  $a^1 = a$        $a^0 = 1$

### Počítání s mocninami:

#### 1) Sčítání a odčítání mocnin:

- sčítat a odčítat můžeme pouze mocniny se stejným základem a stejným exponentem

Př:  $3a^2 + 5a^2 = 8a^2$

$$5x^4 - 8x^3 + 4x^4 - 3x^3 + 12x^3 = 9x^4 + x^3$$

$$2a^6 - 5b^2 + 3a^6 + b^2 + c^6 = 5a^6 - 4b^2 + c^6$$

#### 2) Násobení a dělení mocnin:

Používáme tyto vztahy:  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$   
 $(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$   
 $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$   
 $\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

Příklady:

1.)  $(2ab)^3 = 2^3 a^3 b^3 = 8a^3 b^3$

2.)  $b^7 a^6 b^2 a^2 = a^8 b^9$

3.)  $\frac{a^3 \cdot b^4 \cdot a^5}{b^3 \cdot a^2} = a^{3+5-2} \cdot b^{4-3} = a^6 \cdot b$

4.)  $\frac{10a^2}{5a} = 2a$

#### 3) Umocňování mocnin:

Platí vztah:  $(a^r)^s = (a^s)^r = a^{r \cdot s}$

Příklad:

1.)  $\left[(-2)^2\right]^3 = (-2)^{2 \cdot 3} = (-2)^6 = 64$

2.)  $(a^2)^3 = a^6$

$$3.) \left[ \left( \frac{1}{4} \right)^2 \right]^3 = \left( \frac{1}{4} \right)^6 = \frac{1}{4096}$$

### Cvičení:

1) Sečtěte mnohočleny:

- a)  $5a^3 + 3a^2 + 4a^3 - 4a^2 - a - 1$
- b)  $2x^3 - 3x^3 + 4x - 5x^3 + 6x^2 + x$
- c)  $4a - 3a^2 + 2a - 1 - 4a^2 - 2a + 3$
- d)  $3x^3 - 7x^2 + 2x - 3 - 2x + 6x^2 - 5x^3 + 4$

2) Vypočtěte:

- a)  $(-2x^2y)(-3xy^2)$
- b)  $7a^3b^2 \cdot a^2b^3$
- c)  $(-7x^3yz^2) \cdot 2x^4yz^3 \cdot (-x^2y^2z^2)$
- d)  $(5y)^3$
- e)  $(xy)^4$
- f)  $(2ab)^3$
- g)  $(-2m)^3$
- h)  $(-xyz)^3$
- i)  $\frac{6a^2}{a}$
- j)  $\frac{7a^4b^2}{a^2}$
- k)  $\frac{(-8ab^3c)}{(-ab^2)}$
- l)  $\frac{9x^2y^2z^2}{-3xyz}$
- m)  $\frac{14a^5b^4c^3}{7a^3b^2c}$
- n)  $(3x^2)^3$
- o)  $(2x^2)^2$

3) Vypočtěte:

- a)  $(4x^3)^2$
- b)  $(-6x^4)^2$
- c)  $(-5a^2b^3c^4)^2$
- d)  $(7ab^5c^{10})^3$
- e)  $[(2a^2)^3]^2$
- f)  $\left[ \left( -\frac{2}{3} \right)^2 \right]^3$
- g)  $\left[ \left( \frac{a}{b} \right)^3 \right]^2$
- h)  $\left[ -\left( \frac{-3a}{b} \right)^2 \right]^2$
- i)  $\left[ -\left( \frac{2x^2}{3} \right)^3 \right]^2$

### b) Mocniny s celočíselným exponentem

Pro počítání s mocninami, kde exponent je celé číslo platí stejná pravidla jako pro mocniny s přirozeným exponentem.

Navíc platí tyto vztahy:  $a^{-n} = \left( \frac{1}{a} \right)^n = \frac{1}{a^n}$

$$\left( \frac{1}{a} \right)^{-n} = a^n$$

$$\left( \frac{a}{b} \right)^{-n} = \left( \frac{b}{a} \right)^n$$

### Řešené příklady:

$$1.) 2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$2.) \frac{1}{4^{-2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$$

$$3.) \frac{a^{-3}b^2}{c^{-2}a^2} = \frac{b^2c^2}{a^3a^2} = \frac{b^2c^2}{a^{3+2}} = \frac{b^2c^2}{a^5}$$

$$4.) (3^{-1})^{-2} = 3^{(-1)(-2)} = 3^2 = 9$$

$$5.) x^{-3}y^{-3} = (xy)^{-3} = \frac{1}{(xy)^3}$$

$$6.) 6^{-3} : 2^{-3} = \left(\frac{6}{2}\right)^{-3} = 3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$7.) \left(\frac{2mn}{3ab}\right)^{-6} : \left(\frac{2m}{9a}\right)^{-6} = \left(\frac{3ab}{2mn}\right)^6 : \left(\frac{9a}{2m}\right)^6 = \left(\frac{3ab}{2mn} : \frac{9a}{2m}\right)^6 = \left(\frac{3ab}{2mn} \cdot \frac{2m}{9a}\right)^6 = \left(\frac{b}{3n}\right)^6 = \frac{b^6}{729n^6}$$

$$8.) 9^{-3} : 27^{-2} = (3^2)^{-3} : (3^3)^{-2} = 3^{-6} : 3^{-6} = 1$$

### Cvičení:

1) Vypočtěte:

$$a) 8 \cdot 2^{-3}$$

$$c) \frac{12}{4^{-2}}$$

$$e) (0,4)^{-2}$$

$$g) \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$$

$$b) 9^2 \cdot 3^{-5}$$

$$d) \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$f) 7 \cdot (3,5)^{-1}$$

$$h) 3 \cdot (-1,5)^{-2}$$

2) Vypočtěte:

$$a) 3^{-4} + 3^{-2}$$

$$b) 3^{-4} \cdot 3^{-2}$$

$$c) 3^{-4} : 3^{-2}$$

$$d) (3^{-4})^{-2}$$

3) Odstraňte záporné exponenty:

$$a) 3x^{-3}$$

$$e) x^{-2} \left(\frac{m}{x}\right)^{-2}$$

$$i) \frac{2a^{-3}b^2}{7x^2y^{-4}}$$

$$b) \frac{a^2x^{-5}}{b^{-2}}$$

$$f) 2xy^{-2}$$

$$j) \frac{a^{-3}b^{-m}}{x^{-4}y^{-n}}$$

$$c) \left(\frac{1}{a}\right)^{-1}$$

$$g) \frac{3}{5a^{-2}}$$

$$k) \frac{6}{(x-y)^{-2}}$$

$$d) \left(\frac{a}{b}\right)^{-3}$$

$$h) \frac{2^{-3}a^{-1}}{3^{-2}x^{-4}}$$

4) Zjednodušte výrazy, odstraňte záporné exponenty:

$$a) 2a^0b^{-3}c^{-2} \cdot 4a^2b^5c^{-3}$$

$$g) (a^{-2}x^{-4})a^4$$

$$b) 9a^{-3}b^2x^{-4} : 3a^{-5}bx^{-2}$$

$$h) 3x^{-2}y^3 \cdot 2xy^{-2}$$

$$c) (x-y)^{-2} : (y-x)^{-1}$$

$$i) 3^{-1}x^{-5}y^2 \cdot 3^{-2}x^3y^2$$

$$d) \frac{a^{-2}x^4y^{-6}}{b^3c^{-4}z^{-5}} : \frac{a^{-3}b^{-5}x^3}{c^{-5}y^6z^{-7}}$$

$$j) (x^{-4} - 2x^{-1} + 3x) \cdot x^{-1}$$

$$e) (2a)^{-2} \cdot (4a)^3$$

$$k) (ax^2 - b + cx^{-1}) \cdot x^{-1}$$

$$f) (-a^{-3})^2$$

$$l) (2x + 3x^{-1})(3x - 2x^{-1})$$

### Odmocniny

Definice n-té odmocniny:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Příklad:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$

n - odmocnitel (exponent)

a - odmocněnec (základ)

Platí:

$$\sqrt[n]{\sqrt{a}} = \sqrt{\sqrt[n]{a}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[m \cdot p]{a^{m \cdot n}} = \sqrt[p]{a^n}$$

Částečné odmocňování:

Číslo nebo výraz pod odmocninou rozložíme na součin dvou čísel, z nichž jedno umíme odmocnit a toto číslo odmocníme:

Příklad:

$$1.) \quad \sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$2.) \quad \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

$$3.) \quad \sqrt[3]{a^5} = \sqrt[3]{a^{3+2}} = \sqrt[3]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a\sqrt[3]{a^2}$$

$$4.) \quad \sqrt{128} = \sqrt{64 \cdot 2} = 8\sqrt{2}$$

$$5.) \quad \sqrt[5]{a^{17}} = \sqrt[5]{a^{15} \cdot a^2} = a^3\sqrt[5]{a^2}$$

### 1) Sčítání a odčítání odmocnin:

- sčítat a odčítat můžeme pouze odmocniny se stejným základem a stejným odmocnitelem

Příklad:  $3 \cdot \sqrt[3]{d} + 5 \cdot \sqrt{x} - 4\sqrt[3]{d} + \sqrt{x} - \sqrt[4]{c} = 6\sqrt{x} - \sqrt[4]{c} - \sqrt[3]{d}$

### 2) Násobení odmocnin

Používáme tyto vzorce:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Zde je vidět, že násobit můžeme pouze stejně vysoké odmocniny. Pokud je každá odmocnina jinak vysoká, musíme rozšířit na společnou odmocninu.

Příklad:

$$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} = \sqrt[12]{a^8} \cdot \sqrt[12]{a^9} = \sqrt[12]{a^{17}} = \sqrt[12]{a^{12} a^5} = a\sqrt[12]{a^5}$$

Příklad:

$$\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[4]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^3} = \sqrt[4]{x^9}$$

POZOR !!!!! ☹  $\sqrt{A \pm B} \neq \sqrt{A} \pm \sqrt{B}$  ☹

### 3) Dělení odmocnin:

Platí tento vzorec:  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Příklady:

$$a) \quad \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}$$

$$b) \quad \sqrt[3]{3\frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$$

$$c) \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{3a^2}} = \frac{\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[6]{3^2 a^4}} = \sqrt[6]{\frac{a^3}{9a^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{9a}}$$

#### 4) Umocňování odmocnin:

Platí:  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

Příklad:  $\sqrt[3]{64^2} = (\sqrt[3]{64})^2 = 4^2 = 16$

#### 5) Odmocňování odmocnin:

Odmocňování provádíme podle vztahu:  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Příklady:

a)  $\sqrt[3]{\sqrt{125}} = \sqrt{\sqrt[3]{125}} = \sqrt{5}$

b)  $\sqrt{x\sqrt{x}} = \sqrt{\sqrt{x^2x}} = \sqrt[4]{x^3}$

c)  $\sqrt{b^3\sqrt{b^2\sqrt{b^3}}} = \sqrt{\sqrt[3]{b^3b^2\sqrt{b^3}}} = \sqrt[2 \cdot 3]{b^5\sqrt{b^3}} = \sqrt[6]{\sqrt[4]{b^{20} \cdot b^3}} = \sqrt[24]{b^{23}}$

#### Usměrnění zlomků:

Cílem usměrnění zlomků je odstranění odmocniny ze jmenovatele. Provádí se tak, že zlomek rozšíříme vhodným výrazem - jeho hodnota se nezmění.

1. TYP  $\frac{A}{\sqrt{a}}$

Tento typ zlomku rozšíříme  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$

Příklad:

a)  $\frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$

b)  $\frac{b^2}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{b^2\sqrt{b}}{b} = b\sqrt{b}$

c)  $\frac{x}{\sqrt{3x}} \cdot \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}} = \frac{x\sqrt{3x}}{3x} = \frac{\sqrt{3x}}{3}$

2. TYP  $\frac{A}{a \pm \sqrt{b}}$

Tento typ zlomku rozšíříme  $\frac{a \mp \sqrt{b}}{a \mp \sqrt{b}}$

Příklady:

a)  $\frac{2}{2 + \sqrt{3}} \cdot \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{4 - 3} = 4 - 2\sqrt{3}$

b)  $\frac{4}{3 - \sqrt{5}} \cdot \frac{3 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} = \frac{12 + 4\sqrt{5}}{9 - 5} = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{4} = 3 + \sqrt{5}$

c)  $\frac{x}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{x(\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$

d)  $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{6 + 2\sqrt{6}\sqrt{5} + 5}{6 - 5} = 11 + 2\sqrt{30}$

$$e) \frac{15}{\sqrt{8}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{8}+\sqrt{3}}{\sqrt{8}+\sqrt{3}} = \frac{15(\sqrt{8}+\sqrt{3})}{8-3} = \frac{15(\sqrt{8}+\sqrt{3})}{5} = 3(\sqrt{8}+\sqrt{3})$$

### Mocniny s racionálním exponentem

Je-li exponent mocniny racionální číslo (např. zlomek), platí pro práci s touto mocninou pravidlo:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Příklady:

$$a) a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$$

$$b) b^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{b^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$c) 8^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{2^6} = 2^2 = 4$$

Cvičení:

1) Napište ve tvaru odmocnin:

$$a) x^{\frac{5}{6}}$$

$$b) a^{-\frac{4}{5}}$$

$$c) b^{\frac{1}{n}}$$

$$d) x^{3.5}$$

$$e) a^{3.1}$$

$$f) a^{-0.4}$$

$$g) 100^{-\frac{1}{2}}$$

$$h) 64^{-\frac{2}{3}}$$

2) Napište ve tvaru mocnin:

$$a) \sqrt[4]{a^3}$$

$$b) \sqrt{x^n}$$

$$c) \sqrt[3]{a^{-2}}$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$e) \frac{1}{\sqrt[3]{3^4}}$$

$$f) \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$g) \sqrt[3]{\sqrt{x}}$$

3) Zjednodušte:

$$a) \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{4}}$$

$$b) 2^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}$$

$$c) 2x \cdot x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{x} \cdot x^{\frac{5}{2}}$$

$$d) 10x^{\frac{1}{2}} + 4\sqrt{x} - 10\sqrt{x} - 8y^{\frac{1}{3}} - 5\sqrt[3]{y} + 7x^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{3}}$$

4) Vypočítejte:

$$a) 4^2$$

$$b) -2^3$$

$$c) -4^2$$

$$d) (-2)^6$$

$$e) \left(-\frac{5}{7}\right)^2$$

$$f) -\frac{8^2}{11}$$

$$g) \frac{9}{5^3}$$

5) Vypočítejte:

$$a) (-2)^4$$

$$b) \left[-(-2)^3\right]^2$$

$$c) \left[-\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^3$$

$$d) -\left[-(-3)^2\right]^2$$

$$e) \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3}$$

$$f) \left[-(-2)^3\right]^2$$

6) Vypočítejte:

$$\frac{2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot (4 \cdot 10^{-1})^2}{24 \cdot 10^{-1} \cdot (2 \cdot 10^5)^{-1}}$$

[  $8 \cdot 10^5$  ]

### Odmocniny - cvičení

$$1.) \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{36}$$

[ 6 ]

$$2.) \sqrt{9 \cdot 144}$$

[ 36 ]

$$3.) \sqrt{4 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 18}$$

[ 60 ]

$$4.) \sqrt{3} \cdot \sqrt{15} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$$

[ 15 ]

$$5.) \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{52}}$$

[  $\frac{1}{2}$  ]

$$6.) \frac{\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[5]{8}}{\sqrt[15]{16}}$$

[ 2 ]

$$7.) \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[12]{3} \cdot \sqrt{27} \cdot \sqrt[6]{3}$$

[ 9 ]

$$8.) \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{25^{0,5}}$$

[  $\sqrt[3]{15}$  ]

$$9.) \sqrt[6]{y\sqrt{y}}$$

[  $\sqrt[4]{y}$  ]

$$10.) \sqrt[3]{4\sqrt{4}}$$

[ 2 ]

$$11.) \sqrt[8]{32\sqrt{2}}$$

[  $\sqrt[3]{4}$  ]

$$12.) \sqrt[5]{m^2} \cdot \sqrt{m}$$

[  $\sqrt{m}$  ]

$$13.) \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$$

[  $\sqrt[8]{x^7}$  ]

$$14.) \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[5]{x^3}$$

[  $\sqrt[15]{x^{13}}$  ]

$$15.) \sqrt[7]{y^3} \cdot \sqrt[4]{y}$$

[  $\sqrt[28]{y^{13}}$  ]

$$16.) \sqrt[3]{a^5\sqrt{a^4}}$$

[  $\sqrt[5]{a^3}$  ]

$$17.) \sqrt[5]{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}}}$$

[  $\sqrt[6]{2}$  ]

$$18.) \sqrt[5]{\frac{3\sqrt[3]{9}}{\sqrt{27}}}$$

[  $\sqrt[30]{3}$  ]

$$19.) \sqrt[5]{\frac{5}{7} \sqrt[3]{\frac{25}{49}}}$$

[  $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$  ]

$$20.) \sqrt[6]{\frac{7}{5a} \sqrt{\frac{7}{5a}}}$$

[  $\sqrt[4]{\frac{7}{5a}}$  ]

$$21.) \sqrt[6]{\frac{x}{y} \sqrt[4]{\frac{y}{x}}}$$

[  $\sqrt[8]{\frac{x}{y}}$  ]

$$22.) \frac{\sqrt[3]{x^3 \cdot \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x^3 \sqrt{x^2}}}$$

[  $\sqrt[4]{x}$  ]

23.) Částečně odmocněte:

- a)  $\sqrt{50}$
- b)  $\sqrt{48}$
- c)  $\sqrt{600}$
- d)  $\sqrt{72}$
- e)  $\sqrt{98}$
- f)  $\sqrt{44}$
- g)  $\sqrt{162}$
- h)  $\sqrt{125}$

[ a)  $5\sqrt{2}$  ; b)  $4\sqrt{3}$  ; c)  $10\sqrt{6}$  ; d)  $6\sqrt{2}$  ; e)  $7\sqrt{2}$  ; f)  $2\sqrt{11}$  ; g)  $9\sqrt{2}$  ; h)  $5\sqrt{5}$  ]

24.) Částečně odmocněte:

- a)  $\sqrt{121m^5}$
- b)  $\sqrt[6]{8^{13}}$
- c)  $\sqrt[5]{\frac{k^6}{y^{10}}}$
- d)  $\sqrt[3]{2000}$
- e)  $\sqrt[3]{54}$
- f)  $\sqrt[3]{40}$
- g)  $\sqrt{40a^9b^5}$
- h)  $\sqrt[6]{8^7 p^{13} q^{11}}$

[ a)  $11m^2\sqrt{m}$  ; b)  $64\sqrt{2}$  ; c)  $\frac{k}{y^2}\sqrt[5]{k}$  ; d)  $10\sqrt[3]{2}$  ; e)  $3\sqrt[3]{2}$  ; f)  $2\sqrt[3]{5}$  ; g)  $2a^4b^2\sqrt{10ab}$  ; h)

$8p^2q^6\sqrt{8pq^5}$  ]

25.) S použitím částečného odmocnění vypočtete:

- a)  $8\sqrt{44} - 6\sqrt{99}$
- b)  $-\sqrt[3]{128} - 4\sqrt[3]{686}$
- c)  $-5\sqrt{45} + 7\sqrt{20}$
- d)  $6\sqrt{90} + \sqrt{250}$
- e)  $(-5\sqrt{2} + 3\sqrt{50}) - \sqrt{18}$
- f)  $2\sqrt[3]{32} - 6\sqrt[3]{108} - 4\sqrt[3]{500}$
- g)  $\frac{\sqrt{45} - \sqrt{20}}{\sqrt{5}} - \sqrt[3]{54a^5}$

[ a)  $-2\sqrt{11}$  ; b)  $-32\sqrt[3]{2}$  ; c)  $-\sqrt{5}$  ; d)  $23\sqrt{10}$  ; e)  $7\sqrt{2}$  ; f)  $-34\sqrt[3]{4}$  ; g)  $1 - 3a\sqrt[3]{2a^2}$  ]

$$26.) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{a}$$

$\left[ \sqrt[12]{a^{23}} ; a \geq 0 \right]$



$$27.) \frac{\sqrt[3]{a^{-2}} \sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{\sqrt{a^4}} \sqrt{a^{-3}}} \quad \left[ \sqrt[3]{a^5}; a \geq 0 \right]$$

$$28.) \sqrt{ab} \cdot \sqrt[3]{4a^2b^4} \cdot \sqrt[4]{8a^3b^7} \cdot \sqrt[12]{2a^3b^9} \quad \left[ \sqrt[6]{8a^{13}b^{26}}; a \geq 0; b \geq 0 \right]$$

$$29.) \sqrt{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}} \sqrt[4]{\frac{a^3}{b^3}}} \quad \left[ \sqrt[24]{\left(\frac{a}{b}\right)^{29}}; a \geq 0; b \geq 0 \right]$$

$$30.) \left( \frac{\sqrt[6]{y^4} \cdot \sqrt[3]{y^{-2}}}{\sqrt[5]{y^3}} \right)^5 \quad \left[ y^{-3} \right]$$

$$31.) \sqrt[3]{\frac{2}{\sqrt{8^3}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{8}{\sqrt{2}}} \quad \left[ \sqrt[6]{2} \right]$$

$$32.) \left( \frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) : (a - b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad \left[ 1; a, b > 0; a \neq b \right]$$

$$33.) \frac{\frac{\sqrt{2a} - \frac{2a}{a + \sqrt{2a}}}{\sqrt{2a} - 2}}{a - 2} \quad \left[ a \right]$$

$$34.) \left( \frac{\sqrt[4]{\frac{x^{\frac{1}{2}} \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \left[ x^{\frac{1}{16}} \right]$$

$$35.) \sqrt[6]{\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}} : \sqrt[3]{\frac{6\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}} \quad \left[ \sqrt[18]{\frac{3}{2}} \right]$$

$$36.) \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}} : \sqrt[3]{\frac{5\sqrt{6}}{6\sqrt{8}}} \quad \left[ \sqrt[12]{\frac{243}{1250}} \right]$$

$$37.) \sqrt[4]{\frac{a^3}{b^3} \sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}} \sqrt{\frac{a}{b}}} \quad \left[ \sqrt[24]{\frac{a^{23}}{b^{23}}} \right]$$

$$38.) \sqrt{\frac{m}{n} \sqrt[3]{\frac{m^2}{n^2}} \sqrt[4]{\frac{m^3}{n^3}}} \quad \left[ \sqrt[24]{\left(\frac{m}{n}\right)^{23}} \right]$$

### Mocniny s racionálním exponentem

$$1. \frac{a^2 \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-2}}{a^{-\frac{4}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{6}}} \quad \left[ \frac{a^3}{b^2} \sqrt[6]{ab} \right]$$

2.  $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-2}}{m^{-3} \cdot n^{\frac{1}{3}}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{2}{5}} \cdot m^{\frac{1}{2}}}{\left(n^{\frac{3}{2}}\right)^4}\right)^{-1}$   $\left[\frac{y^5 n^7}{x^3 m^{10}} \sqrt[30]{x^{25} y^{18} n^{15}}\right]$
3.  $\left(x \cdot x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} : \left(x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}$   $\left[\sqrt[3]{x}\right]$
4.  $\left(4x^{-\frac{2}{3}}\right)^{0,8} \cdot \left(16x^{\frac{2}{3}}\right)^{0,25} \cdot \left(0,25x^{0,5}\right)^{1,5} \cdot \left(256x^{-1}\right)^{0,05}$   $\left[\sqrt[3]{x}\right]$
5.  $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{8}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 18^{\frac{1}{8}}$   $\left[\sqrt[4]{\frac{1}{2}}\right]$
6.  $\left(\left[\frac{x^{0,25} \cdot x^{-2}}{x^{\frac{1}{3}}}\right]^{-2}\right)^{\frac{1}{5}}$   $\left[x^{\frac{5}{6}}\right]$
7.  $\left[x^{-\frac{4}{3}} \cdot y(xy^{-3})^{-\frac{2}{3}}(x^{-2})^{-\frac{3}{4}}\right]^4$   $\left[x^{-2} y^{12}\right]$
8.  $\frac{x \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{5}} \cdot \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}} : \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-1}}{x^{\frac{1}{3}}}$   $\left[x^2\right]$
9.  $\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}$   $\left[a^{-2}\right]$
10.  $\frac{a^{\sqrt{5}-1} \cdot a^{\sqrt{5}+1}}{a^{2\sqrt{5}-3}}$   $\left[a^3\right]$