

## Rovnice s absolutní hodnotou:

Při řešení postupujeme podle následujícího příkladu:

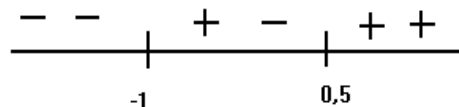
Příklad:

$$|x + 1| + |2x - 1| = 3$$

Řešení:

Nejprve určíme nulové body a bsolutních hodnot :  $-1, \frac{1}{2}$

a zobrazíme je na číselnou osu:



Číselná osa se nulovými body rozdělí na intervaly, určíme, jaká znaménka mají jednotlivé abs. hodnoty v těchto intervalech.

Dále řešíme rovnice zvlášť v každém intervalu. Tam kde má absolutní hodnota znaménko  $-$ , otočíme znaménka všech členů uvnitř absolutní hodnoty a absolutní hodnotu nahradíme závorkou, tam kde má absolutní hodnota znaménko  $+$ , absolutní hodnotu nahradíme závorkou a členy uvnitř ponecháme bez změny:

a)  $(-\infty, -1)$

$$\begin{aligned} (-x - 1) + (-2x + 1) &= 3 \\ -3x &= 3 \\ \underline{x = -1} \end{aligned}$$

Pro každý vypočtený kořen musíme ještě ověřit, zda je to číslo z daného intervalu.

b)  $(-1, \frac{1}{2})$

$$\begin{aligned} (x + 1) + (-2x + 1) &= 3 \\ -x + 2 &= 3 \\ \underline{x = -1} \end{aligned}$$

c)  $(\frac{1}{2}, \infty)$

$$\begin{aligned} (x + 1) + (2x - 1) &= 3 \\ 3x &= 3 \\ \underline{x = 1} \end{aligned}$$

Rovnice má dva kořeny :  $\underline{x_1 = -1}, \underline{x_2 = 1}$

Zkouška:

$$\underline{x_1 = -1} \quad L = |x + 1| + |2x - 1| = |-1 + 1| + |-2 - 1| = |-3| = 3 \quad P = 3 \quad L = P$$

$$\underline{x_2 = 1} \quad L = |x + 1| + |2x - 1| = |1 + 1| + |2 - 1| = |2| + |1| = 3 \quad P = 3 \quad L = P$$

## Cvičení

**Řešte rovnice:**

1.)  $|x - 5| = 2$  [ 3; 7 ]

2.)  $|1 - x| = 8$  [ -7; 9 ]

3.)  $|2x - 3| = 4$  [ -0,5; 3,5 ]

4.)  $4 - 2|5 - x| = 0$  [ 3; 7 ]

5.)  $1 - |x - 3| = x - 2$  [  $(-\infty, 3)$  ]

6.)  $|x + 1| - |x - 4| = 5$  [  $(4; \infty)$  ]

7.)  $|2x - 1| - |x + 5| = 1$  [  $-\frac{5}{3}; 7$  ]

- 8.)  $x - 2|x - 1| = 3|x + 2| - 10$   $\left[-\frac{7}{3}; \frac{3}{2}\right]$
- 9.)  $x - 2|x - 1| = 3|x + 2| - 8$   $[-2, 1]$
- 10.)  $x - 2|x - 1| = 3|x + 2| - 4$   $[\emptyset]$
- 11.)  $|x - 5| - |x - 2| = |x| - x + 7$   $\langle 2, \infty \rangle$
- 12.)  $|x| = |2x + 3| + x - 1$   $\left[\left[-\frac{1}{2}\right]\right]$
- 13.)  $|3x - 1| - |2x + 3| = 0$   $\left[\left[-\frac{2}{5}, 4\right]\right]$
- 14.)  $|x + 3| - |x - 4| + 2|x - 6| = 1$  [ nemá řeš. ]
- 15.)  $|x + 1| + |2 - x| - |x + 3| = 4$   $[-2, 8]$
- 16.)  $x^2 + 1 = |x^2 - 2x + 1|$   $[\{0\}]$
- 17.)  $2|x - 3| + |6 - 2x| = |x + 7|$   $[\{1, \}]$
- 18.)  $|x + 7| - |x - 4| = |6 - x|$   $[\{1\}]$
- 19.)  $|2x + 1| - |x + 3| = 2|1 - x| - 3$   $\left[\left[-3, \frac{1}{3}\right]\right]$
- 20.)  $|2x - 1| = x + 6$   $\left[\left[-\frac{5}{3}, 7\right]\right]$
- 21.)  $|2x + 1| + |2x - 1| = 3$   $\left[\left[\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right]\right]$
- 22.)  $|a - 2| + |a + 2| = 2a + 2$  [ 1 ]
- 23.)  $3|x - 1| + 2|x - 2| = |x + 10|$   $\left[\left[-\frac{1}{2}, \frac{17}{4}\right]\right]$
- 24.)  $|y - 3| + 3|y - 1| = 2y + 1$   $[\{3, 5\}]$