

Rovnice s parametrem

Jsou to rovnice, ve kterých se vedle neznámé vyskytuje ještě další proměnná - parametr. Musí být dopředu zřejmé, jak je označena neznámá a jak parametr. Rovnice řešíme tak, že vyjádříme neznámou a dále provedeme diskusi o počtu možných řešení podle hodnoty parametru.

Příklad:

Řešte rovnici: $ax + 5 = 3x$ o neznámé x a parametru a .

Řešení:

Všechny úpravy, které provádíme mají za cíl vyjádření x .

$$\begin{aligned} ax - 3x &= -5 \\ x(a - 3) &= -5 \\ x &= \frac{-5}{a - 3} \end{aligned}$$

Diskuse: žádné řešení pro $a = 3$
jedno řešení pro $a \neq 3$

$$P_x = \left\{ \frac{-5}{a - 3} \right\}$$

Příklad:

Řešte rovnici $\frac{x - 2p}{x + 2} - 3 = 2p$ pro neznámou x a parametr p

Řešení:

$$\begin{aligned} \frac{x - 2p}{x + 2} - 3 &= 2p & / \cdot (x + 2) & \text{ podmínka: } x \neq -2 \\ x - 2p - 3(x + 2) &= 2p(x + 2) \\ x - 2p - 3x - 6 &= 2px + 4p \\ -2x - 2px &= 4p + 2p + 6 & / : (-2) \\ x - px &= -3p - 3 \\ x(1 + p) &= -3(p + 1) & / : (p + 1) \\ x &= \frac{-3(p + 1)}{(p + 1)} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

Výsledek vypadá tak, že rovnice na hodnotě parametrů vůbec nezáleží. V průběhu řešení jsme rovnice dělili výrazem obsahujícím parametr \rightarrow výrazem $(p+1)$. Kdyby tento výraz byl 0 tedy $p = -1$, měla by rovnice nekonečně mnoho řešení.

Diskuse : žádné řešení nenastane
jedno řešení pro $p \neq -1$ $P_x = \{-3\}$
nekonečně mnoho řešení ... pro $p = -1$ kromě $x = -2$

Příklad :

Řešte rovnici s parametrem $\frac{2}{x + 1} = 4 + a$ x - neznámá, a - parametr

Řešení :

$$\begin{aligned} \frac{2}{x + 1} &= 4 + a & / \cdot (x + 1) \\ 2 &= (4 + a)(x + 1) \\ 2 &= 4x + ax + 4 + a \\ -4x - ax &= 2 + a \\ x(-4 - a) &= 2 + a & / : (-4 - a) \end{aligned}$$

