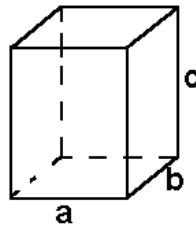


Povrch a objem těles

1) Kvádr:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$



2) Krychle:

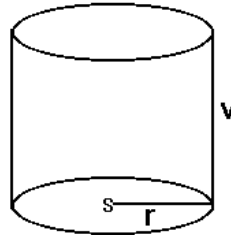
$$V = a^3$$

$$S = 6 \cdot a^2$$

3) Válec:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$S = 2 \pi \cdot r \cdot (r + v)$$



Obecně:

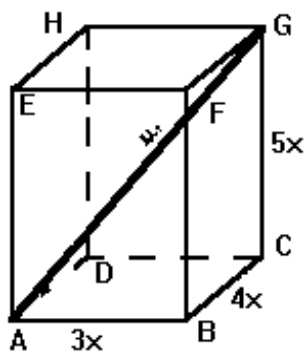
$$V = S \text{ podstavy} \cdot \text{výška}$$

$$S = 2 \cdot S \text{ podstavy} + S \text{ pláště}$$

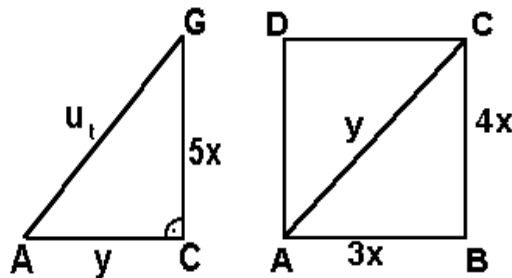
Příklad:

Vypočtěte objem a povrch kvádru, jehož tělesová úhlopříčka $u_t = 1\text{m}$ a rozměry jsou v poměru 3 : 4 : 5

Řešení:



Řezy tělesem:



Nejprve vypočteme z obdélníku ABCD hodnotu y : $y = \sqrt{9x^2 + 16x^2} = 5x$

Potom určíme vztah pro výpočet úhlopříčky: $u = \sqrt{25x^2 + 25x^2} = 5x\sqrt{2}$

Tato velikost má být rovna 1: $5x\sqrt{2} = 1$

$$x = \frac{1}{5\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

Odtud již určíme a, b, c : $a = \frac{3\sqrt{2}}{10}$, $b = \frac{2\sqrt{2}}{5}$, $c = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

$$V = \frac{3\sqrt{2}}{10} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{50} = \frac{3\sqrt{2}}{25}$$

$$S = 2 \left(\frac{3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}}{50} + \frac{2 \cdot 2}{10} + \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{20} \right) =$$

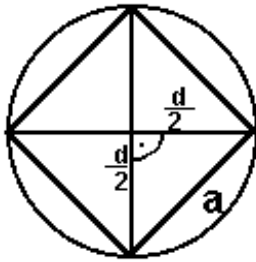
$$= 2 \left(\frac{12}{50} + \frac{4}{10} + \frac{6}{20} \right) = 2 \left(\frac{12 + 20 + 15}{50} \right) = \frac{94}{50} = \frac{47}{25}$$

Příklad:

Dřevěný sloup tvaru rotačního válce o průměru $d = 0,6$ m a výšce $v = 3$ m byl ohoblován do tvaru kvádru s čtvercovou podstavou. Jakou hmotnost má upravený sloup, je-li hustota dřeva $\rho = 800 \text{ kg m}^{-3}$?

Řešení:

K výpočtu potřebujeme určit podstavnou hranu:



Platí: $a = \sqrt{\frac{d^2}{4} + \frac{d^2}{4}} = \frac{1}{2} d\sqrt{2}$

$$a = 0,3 \cdot \sqrt{2}$$

Pro určení hmotnosti potřebujeme znát objem tělesa:

$$V = a^2 \cdot v$$

$$V = 0,09 \cdot 2 \cdot 3 = 0,54 \text{ m}^3$$

Hmotnost vypočteme se znalostí vzorce z fyziky:

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = 800 \cdot 0,54 = 432 \text{ kg}$$

Příklad:

Jaké množství vody proteče za hodinu potrubím kruhového průřezu o poloměru $r = 8$ cm, teče-li voda rychlostí $2,5$ m/s?

Řešení:

Od okamžiku, kdy je voda do trubky vpuštěna nateče za hodinu do vzdálenosti: $2,5 \cdot 3600 = 9000$ m
- tento údaj vezmeme jako výšku v .

Máme počítat objem válce:

$$v = 9000 \text{ m}$$

$$r = 0,08 \text{ m}$$

$$V = \pi r^2 \cdot v$$

$$V = \pi \cdot 0,08^2 \cdot 9000 = 180,955 \text{ m}^3$$

Musíme ještě převést jednotky: $180,955 \text{ m}^3 = 180955 \text{ dm}^3$ (litrů) = **1809,55hl**

Cvičení:

- 1.) Učebna má rozměry 10m, 6m a 3,6m. Kolik žáků by mohlo být do učebny umístěno, má-li podle předpisů připadnout 3m^3 vzduchu na 1 žáka.

[71 + učitel]

- 2.) Je dána krychle o hraně a . Jaká musí být hrana krychle, jejíž objem má být 3x větší než objem původní krychle?
 $[\sqrt[3]{3} \cdot a]$
- 3.) Podstavou kolmého hranolu je rovnoramenný trojúhelník, jehož základna je $z = 18,1$ cm a rameno $r = 12,7$ cm. Výška hranolu je dvojnásobkem výšky v_z podstavného trojúhelníku. Určete objem a povrch.
 $[V = 1437, S = 936,4]$
- 4.) Vypočítejte hranu podstavy pravidelného šestibokého hranolu, jehož výška je rovna hraně podstavy a jehož objem $V = 152 \text{ dm}^3$.
 $[3,88]$
- 5.) Pobočná hrana $h = 10,1$ cm svírá s rovinou podstavy hranolu úhel $\gamma = 52^\circ 10'$, podstavou je pravidelný pětiúhelník se stranou $a = 3,6$ cm. Určete objem hranolu.
 $[177,9]$
- 6.) Kolik metrů mosazného drátu kruhového průřezu s průměrem $d = 0,5$ mm váží 1 kg ($\rho = 8,6 \text{ g/mm}^3$)?
 $[592,2]$
- 7.) Určete spotřebu plechu na válcovou nádobu nahoře otevřenou, je-li průměr podstavy $d = 85$ mm k výšce v poměru 2 : 3.
 $[397,2]$
- 8.) Kolik litrů kapaliny je v nádrži tvaru ležatého rotačního válce, průměru podstavy $d = 0,4$ m, délky $l = 1$ m, je-li hloubka kapaliny $h = 5$ cm?
 $[9,067]$
- 9.) Určete hmotu železné součásti tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu, provrtaného ve směru osy válcovým otvorem (obr. 290). je-li pro železo $\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$.
 $[5375 \text{ g}]$
- 10.) Tyč kruhového průřezu průměru $d = 35$ mm a délky $l = 5$ m váží 35,42 kg. Určete hustotu materiálu.
 $[7,363]$
- 11.) V rotačním válci je dáno: $S_{pe} = 96 \text{ cm}^2$, $V = 192 \text{ cm}^3$. Určete r , u .
 $[r = 4 \text{ cm}, u = 3,82 \text{ cm}]$
- 12.) Vypočítejte výšku pravidelného trojbokého hranolu vyrobeného ze skla o hmotnosti 129,9 g a hustotě $\rho = 2500 \text{ kg m}^{-3}$. Hrana podstavy má délku 2 cm.
 $[V = 52 \text{ cm}^3, h = 30 \text{ cm}]$

4.) Jehlan, kužel

$$V = \frac{1}{3} P \cdot v$$

P - plocha podstavy

$$S = P + \text{plášť}$$

$$\text{pro kužel platí: } V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$$

$$S = \pi \cdot r \cdot (r + s) \quad s - \text{strana kužele}$$

Příklad:

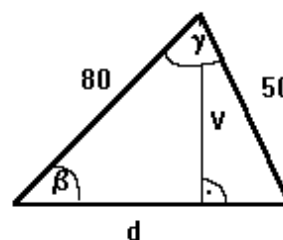
Jaký objem má kosý kruhový kužel, jehož nejdelší strana $a = 80$ cm svírá s nejkratší stranou $b = 50$ cm úhel $\gamma = 60^\circ$?

Řešení:

Situaci zobrazíme v řezu:

Pomocí kosinové věty vypočteme d :

$$d = \sqrt{6400 + 2500 - 8000 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{4900} = 70$$



Potřebujeme ještě určit v , k jejímu nalezení potřebujeme znát hodnotu úhlu β - tu určíme sinovou větou:

$$\frac{b}{\sin \beta} = \frac{d}{\sin \gamma}$$

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \gamma}{d}$$

$$\beta = 38^{\circ}13'$$

Výšku u vypočteme podle definice funkce sin: $\sin \beta = \frac{b}{a}$

$$v = a \cdot \sin \beta$$

$$v = 49,487$$

Máme všechny potřebné údaje pro dosazení do vzorce pro výpočet objemu:

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v \quad V = \frac{1}{3} \pi \cdot 35^2 \cdot 49,487 = 63482,974 \text{ cm}^3$$

4) Komolý jehlan:

Objem: $V = \frac{1}{3} v (Sp_1 + \sqrt{Sp_1 Sp_2} + Sp_2)$

Povrch: $S = S_{pláště} + S_{p1} + S_{p2}$

Příklad:

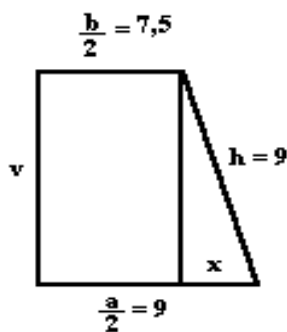
Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého komolého jehlanu, je-li hrana dolní podstavy 18 cm a hrana horní podstavy 15 cm. Stěnová výška je 9 cm.

Řešení:

a) Povrch $S = S_{pláště} + S_{p1} + S_{p2}$

$$S = 4 \cdot \frac{(18 + 15) \cdot 9}{2} + 18^2 + 15^2 = 1176 \text{ cm}^2$$

Pro výpočet objemu potřebujeme znát výšku tělesa. Tu nejlépe určíme v řezu.



$$x = 9 - 7,5 = 1,5$$

$$v = \sqrt{h^2 - x^2}$$

$$v = \sqrt{81 - 2,25} = 8,875$$

Dále vypočteme objem tělesa - dosazením do vzorce

$$V = \frac{1}{3} v (Sp_1 + \sqrt{Sp_1 Sp_2} + Sp_2)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 8,875 \cdot (18^2 + \sqrt{18^2 \cdot 15^2} + 15^2)$$

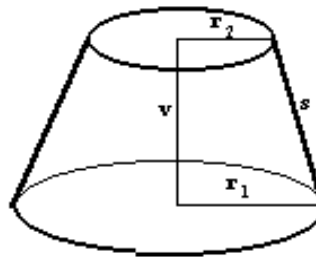
$$V = \frac{1}{3} \cdot 8,875 \cdot (324 + 18 \cdot 15 + 225) = 2422,63 \text{ cm}^3$$

5) Komolý kužel :

Objem:
$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot v (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

Povrch:

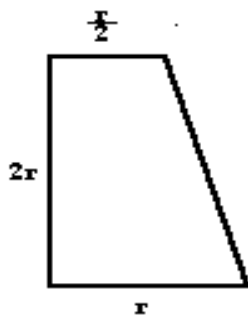
$$S = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) \cdot s$$



Příklad:

Vypočítejte objem komolého rotačního kužele, jehož poloměry podstav jsou r , $r/2$ a výška se rovná $2r$.

Řešení:



$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2r \left(r^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{4} \right)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 2r \left(\frac{4r^2 + 2r^2 + r^2}{4} \right)$$

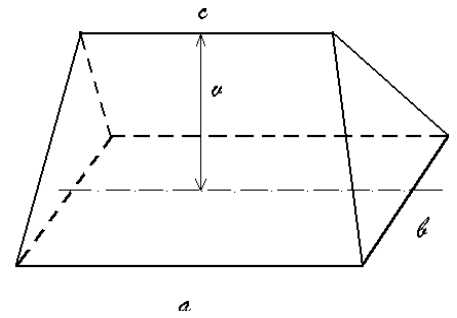
$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r \frac{7r^2}{2} = \frac{7}{6} \pi \cdot r^3$$

Cvičení:

- 13.) 13.) Vypočítejte povrch a objem pravidelného komolého n-bokého jehlanu, jsou-li dány hrany podstav a_1 a a_2 , pobočná hrana h nebo výška v :
- a) $n = 3$, $a_1 = 11$, $a_2 = 25$, $v = 4$
 b) $n = 4$, $a_1 = 2,4$, $a_2 = 1,8$, $h = 3,4$
 c) $n = 6$, $a_1 = 15$, $a_2 = 6$, $v = 20$
- [a) $S = 630,07$; $V = 590$; b) $S = 37,6$; $V = 14,9$; c) $S = 2030$; $V = 6080$]
- 14.) Kolik váží ocelový ingot tvaru pravidelného komolého jehlanu čtyřbokého, svírá-li jeho pobočná hrana $h = 4\text{dm}$ s rovinou podstavy úhel $\varphi = 60^\circ$, hrana větší podstavy je $a = 3\text{dm}$, měrná hustota $\rho = 7,8\text{g/cm}^3$.
- [86 kg]
- 15.) Plášť pravidelného trojbokého komolého jehlanu je $S_1 = 324\text{dm}^2$. Pobočná hrana se rovná hraně dolní podstavy a je 2x delší než hrana horní podstavy. Určete tělesovou výšku.
- [11,66]
- 16.) Pravidelný šestiboký komolý jehlan má podstavné hrany $a = 65$, $a' = 25$ a pobočnou hranu $b = 85$. Určete objem a povrch tělesa.
- [$S = 34\,907$, $V = 420\,560$]
- 17.) Podstavami pravidelného komolého jehlanu jsou čtverce. Délky jejich stran se liší o 6 dm. Objem tělesa je 1 813 dm, výška $v = 7$ dm. Vypočítejte délky hran obou podstav.
- [$a = 19$ dm , $a' = 13$ dm]
- 18.) Vypočítejte povrch a objem pravidelného komolého čtyřbokého jehlanu, je-li hrana dolní podstavy $a = 48$, hrana horní podstavy $a' = 44$ a pobočná výška $v' = 24$.
- [$S = 8\,656$, $V = 50\,639$]

- 19.) Písek je narovnán na hromadě, jejíž obdélníková podstava má rozměry $a = 2,2$ m, $b = 1,7$ m. Horní hrana $c = 1,3$ m. Výška hromady je 1,1 m. Kolik m^3 písku je v hromadě vyrovnáno?

$$[V = 1,7765 \text{ m}^3]$$



- 20.) V rotačním kuželi svírají strany osového řezu úhel $\gamma = 70^\circ 40'$, délka kruhové hrany je 84,9 cm. Vypočítejte tělesovou výšku.

$$[38,5 \text{ cm}]$$

- 21.) Rovnostranný kužel má tělesovou výšku $v = 15$ cm, vypočítejte jeho stranu a poloměr podstavy.

$$[a = 17,32 \text{ cm}, r = 8,66 \text{ cm}]$$

- 22.) Obsah osového řezu nerotačního kužele je $P = 500$, strana $s = 40$ svírá s druhou stranou s úhel $\alpha = 30^\circ$. Vypočítejte poloměr podstavy a tělesovou výšku.

$$[r = 12,6, v = 39,7]$$

- 23.) Vypočítejte objem rotačního kužele, je-li $r = 6$ cm, $S = 243,76$ cm.

$$[V = 130,8 \text{ cm}]$$

- 24.) Vypočítejte povrch rotačního kužele, je-li $v = 4,8$ dm, $V = 130$ dm^3 .

$$[S = 192,91 \text{ dm}^2]$$

- 25.) Vypočítejte poloměry r_1, r_2 podstav rotačního komolého kužele, je-li jeho strana $s = r_1 + r_2$, tělesová výška $v = 1$ dm a odchylka strany od roviny podstavy je $\alpha = 45^\circ$.

$$[r_1 = 12,07; r_2 = 2,07]$$

- 26.) Násypná šachta má tvar rotačního komolého kužele; vypočítejte poloměry podstav r_1, r_2 , je-li strana $s = 2$ m, odchylka strany od roviny podstavy je $\alpha = 30^\circ$ a tělesová výška kužele doplňujícího komolý kužel na úplný je $v' = 1$ m.

$$[r_1 = 3,464 \text{ mm}; r_2 = 1,732 \text{ mm}]$$

- 27.) Vypočítejte výšku rotačního komolého kužele, je-li dán jeho objem $V = 516$ cm^3 a poloměry podstav $r_1 = 9,4$ cm a $r_2 = 4,2$ cm

$$[v = 3,387 \text{ cm}]$$

- 28.) Rotační kužel o tělesové výšce 22 dm a poloměru podstavy 7 dm máme rozpůlit rovinou rovnoběžnou s podstavou. Jak velký bude poloměr řezu a výšky obou částí?

$$[r = 5,556 \text{ dm}; v_1 = 17,46 \text{ dm}; v_2 = 4,54 \text{ dm}]$$

- 29.) Střecha věže má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu o délce podstavné hrany $a = 7,2$ m a tělesové výšce $v = 4,8$ m. Kolik m^2 plechu se spotřebuje na její pokrytí, počítáme-li na spoje a odpad 15%.

$$[100 \text{ m}^2]$$

- 30.) Kolik cm^2 materiálu se spotřebuje na výrobu nálevky tvaru komolého kužele, jehož průměry podstav jsou $d_1 = 10$ mm, $d_2 = 40$ mm a výška nálevky $v = 36$ mm?

$$[31 \text{ cm}^2]$$

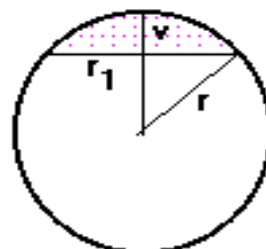
6.) Koule a její části:

Celá koule: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Kulová úseč: $V = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot v^3}{6}$

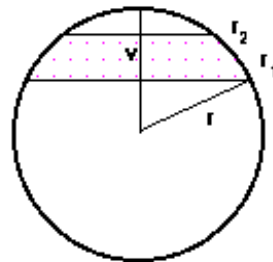
Kulový vrchlík: $S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$



Kulová výseč: $V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$

Kulová vrstva: $V = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot r_2^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot v^3}{6}$

Kulový pás: $S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$



Příklad:

Vypočítejte poloměr železné koule ($\rho = 7,8$) o hmotnosti 7 250 g.

Řešení:

$$\rho = \frac{m}{V} \dots \dots \dots V = \frac{m}{\rho}$$

Nejprve určíme objem koule $V = \frac{7250}{7,8} = 929,48 dm^3$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Vypočteme r :

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 929,48}{4\pi}}$$

$$r = 6,05$$

Poloměr koule je asi 6 cm

Příklad:

Válcová nádoba o poloměru $r_1 = 3$ dm je naplněna vodou. Určete, kolik litrů vody vytlačí koule o poloměru $r = 5$ dm, vložená na válcovou nádobu a jaký je povrch suché části koule.

Řešení:

$$r^2 = x^2 + r_1^2 \rightarrow x = \sqrt{25 - 9} = 4 dm$$

$$v = 1 dm$$

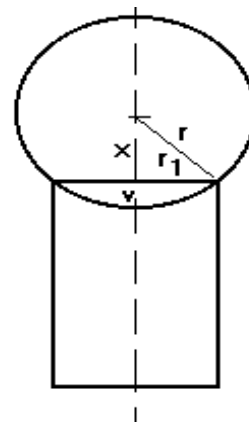
1) objem úseče $V = \pi r \cdot r_1^2 \cdot \frac{v}{2} + \pi \frac{v^3}{6}$

$$V = \pi \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} + \pi \frac{1}{6} = \frac{28}{6} \pi = 14,66 dm^3$$

2) obsah vrchlíku

$$S = 2\pi \cdot r \cdot v_2 = 2\pi \cdot 5 \cdot 9 = 282,7 dm^2$$

$$(v_2 = 2 \cdot r - v)$$



Příklad:

Polokulovitá nádoba o poloměru $r = 12$ cm je naplněna vodou. Kolik litrů vody z ní vyteče, nakloníme-li ji o 30° ?

Řešení:

$$\frac{v}{r} = \sin 30^\circ \rightarrow v = 12 \cdot 0,5 = 6 \text{ cm}$$

$$r_1 = r = 12 \text{ cm}$$

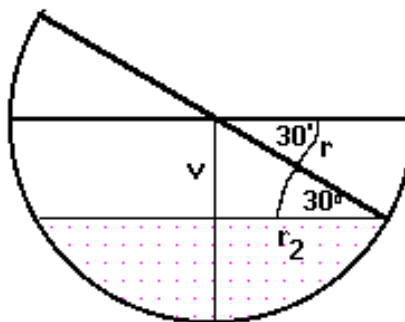
$$r_2 = 12 \cdot \cos 30^\circ$$

$$r_2 = 10,4 \text{ cm}$$

$$V = \pi \cdot r_1^2 \cdot \frac{v}{2} + \pi \cdot r_2^2 \cdot \frac{v}{2} + \pi \cdot \frac{v^3}{6}$$

$$V = \pi \cdot 144,3 + \pi \cdot 10,4^2 \cdot 3 + \pi \cdot \frac{6^3}{6}$$

$$V = \pi (432 + 324 + 36) = 2488 \text{ cm}^3 = 2,5 \text{ l}$$



Příklad:

Určete povrch kotle, s rozměry:

Řešení:

$$v = 0,2 \text{ m}$$

$$r_1 = 0,6 \text{ m}$$

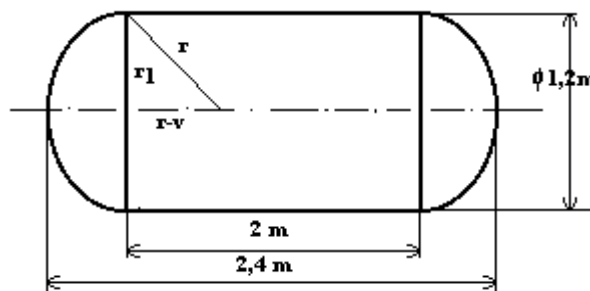
$$r^2 = r_1^2 + (r - v)^2$$

$$r^2 = r_1^2 + r^2 - 2rv + v^2$$

$$r = \frac{r_1^2 + v}{2v} = \frac{0,36 + 0,04}{0,4}$$

$$r = 1 \text{ m}$$

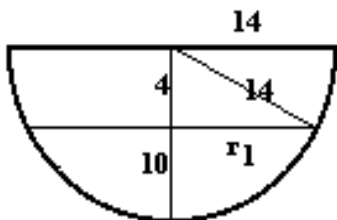
$$S = 2 \cdot 2\pi r v + 2\pi r_1 l = 4\pi \cdot 0,2 + 2\pi \cdot 0,6 \cdot 2 = 2,5 \text{ m}^2 + 7,54 \text{ m}^2 = 10,04 \text{ m}^2$$



Příklad:

Miska tvaru polokoule má vnitřní průměr $d = 28 \text{ cm}$. Kolik litrů vody je v misce, naplní-li ji voda do výšky 10 cm ?

Řešení:



$$r_1 = \sqrt{196 - 16} = \sqrt{180} = 13,4 \text{ cm}$$

$$V = \frac{\pi \cdot v}{6} (3r_1^2 + v^2)$$

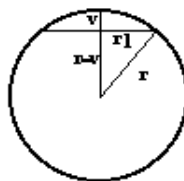
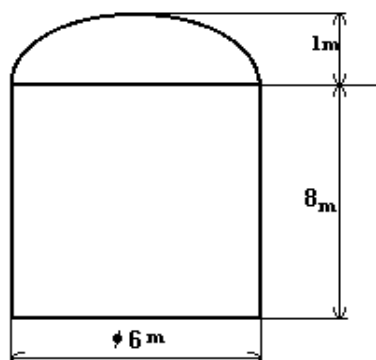
$$V = \pi \cdot \frac{v}{2} \cdot r_1^2 + \pi \cdot \frac{v^3}{6}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 10}{6} (3 \cdot 13,4^2 + 10^2) = 3344 \text{ cm}^3 = 3,34 \text{ dm}^3$$

Příklad:

Továrenská nádrž na lih se skládá z pláště rotačního válce a z kulového vrchlíku. Kolik

kg náteru je třeba na celou nádrž, jestliže na $8,5 \text{ m}^2$ je třeba 1kg?



Řešení:

Výška vrchlíku

$$r^2 = (r - v)^2 + r_1^2$$

$$r^2 = r^2 - 2rv + v^2 + r_1^2$$

$$2rv = v^2 + r_1^2$$

$$r = \frac{v^2 + r_1^2}{2v}$$

$$r = \frac{1 + 9}{2} = 5$$

$$r = 5m$$

$$S = 2\pi rv + 2\pi r_1 \cdot h + \pi \cdot r_1^2$$

$$S = \pi (2rv + 2r_1 h + r_1^2)$$

$$S = \pi (10 + 2 \cdot 3 \cdot 8 + 9)$$

$$S = \pi (19 + 48)$$

$$S = 212m^2$$

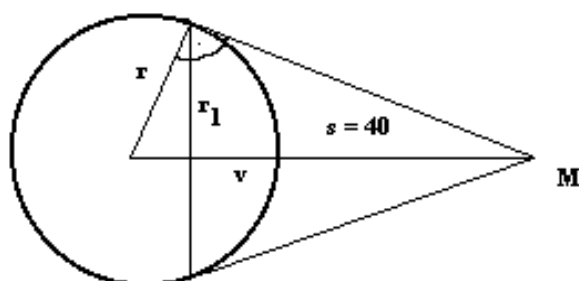
Spotřeba

$$212 : 8,5 = 24,8 \text{ kg} = 25 \text{ kg}$$

Příklad:

Určete obsah osvětlené plochy na kouli poloměru $r = 12$ cm, kterou osvětluje svítící bod vzdálený od středu koule 40 cm.

Řešení:



$$r^2 = s(r - v)$$

$$r^2 = sr - sv$$

$$r^2 - sr = -sv$$

$$v = \frac{sr - r^2}{s} = \frac{r(s - r)}{s}$$

$$v = \frac{12 \cdot 28}{40} = \frac{28 \cdot 3}{10} = \frac{84}{10} = 8,4 \text{ cm}$$

$$S = 2\pi rv = 2\pi \cdot 12 \cdot 8,4 = 633,3 \text{ cm}^2.$$

Cvičení:

31.) Vypočítejte objem a povrch koule, jsou-li dány poloměry dvou rovnoběžných řezů $r_1 = 28$ cm, $r_2 = 8$ cm a jejich vzdálenost $v = 15$ cm.

$$[V = 143\,790 \text{ cm}^3 ; S = 13\,273 \text{ cm}^2]$$

32.) Koule o poloměru 12 cm je prořata rovinou ve vzdálenosti 4 cm od středu koule. Vypočítejte povrch a objem příslušné kulové úseče.

$$[S = 1\,005,31 \text{ cm}^2 ; V = 1\,876,6 \text{ cm}^3]$$

33.) Rovina protne kouli o poloměru $r = 9,8$ dm v kruhu o poloměru $r_1 = 7,9$ dm. Vypočítejte povrch a objem příslušné kulové úseče.

$$[S = 442,37 \text{ dm}^2 ; V = 425,85 \text{ dm}^3]$$

34.) Vypočítejte povrch kulového pásu, který vznikne z kulové plochy o poloměru $r = 26$ cm; poloměry kružnic, v nichž rovnoběžné roviny protínají kulovou plochu, jsou $r_1 = 13,2$ cm a $r_2 = 10$ cm.

$$[S = 261,38 \text{ cm}^2]$$

35.) Jak daleko od středu koule je svítící bod, je-li osvětlena čtvrtina koule?

$$[x = 2r]$$

36.) Stanovte velikost povrchu zemského, který lze spatřit z letadla letícího ve výšce $h = 3000$ m. (poloměr Země $r = 6370$ km)

$$[120\,000 \text{ km}^2]$$

- 37.) Určete povrch a hmotnost dvojbypuklé čočky o průměru 10 cm , je-li poloměr křivosti jedné kulové plochy 10 cm, poloměr druhé 8 cm . ($\rho = 3,5 \text{ g/cm}^3$)
 [$S = 172 \text{ cm}^2$; $V = 124,7 \text{ cm}^3$; $m = 440 \text{ g}$]
- 38.) Ploskovypuklá skleněná čočka má poloměr $r = 5,4 \text{ cm}$, tloušťku $t = 1,2 \text{ cm}$, hmotnost $m = 139,613 \text{ g}$.
 Určete hustotu skla, z něhož je zhotovena.
 [$\rho = 2,48 \text{ g/cm}^3$]
- 39.) Kulová úseč, jejíž výška $v = 5 \text{ cm}$ má objem $V = 850 \text{ cm}^3$. Určete velikost poloměru koule r , ze které úseč vznikla.
 [12,5]
- 40.) Určete objem kulové vrstvy, která vznikne z polokoule o poloměru $r = 5 \text{ cm}$ odříznutím úseče , jejíž výška $v = 1,5 \text{ cm}$.
 [230]
- 41.) Válcová nádoba , jejíž podstava má poloměr $r = 8 \text{ cm}$, je naplněna zčásti vodou. O kolik cm vystoupí voda v nádobě, vhodí-li se do ní koule o poloměru $r' = 6 \text{ cm}$?
 [4,5cm]
- 42.) Nádoba tvaru duté polokoule je naplněna vodou. Nakloníme-li ji o 30° , vyteče z ní 11 litrů vody. Kolik litrů vody zbývá v nádobě?
 [5 litrů]
- 43.) Bronzový podstavec má tvar kulové vrstvy. Jeho výška je 1 dm, poloměry podstav 4 dm a 3 dm a poloměr příslušné koule $r = 5 \text{ dm}$. Vypočtete jeho hmotnost a povrch. Hustota bronzu je 8800 kg.m^{-3} .
 [350 kg , 110 dm^2]
- 44.) Kolik m^2 plechu je třeba na výrobu kotle tvaru polokoule s víkem o průměru 1,6 m, přičteme-li 15 % na spoje a odpad? Vypočtete objem vody v tomto kotli v hektolitrech, sahá -li voda do výšky 60cm.
 [6,9 m^2 , 6,79 hl]
- 45.) Vnitřní povrch vodojemu tvaru koule je 707 dm^2 . Pojme 18 hl vody?
 [ne]