

Přehled vzorců z matematiky

1) Výrazy:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

2) Mocniny:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \dots a$$

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

$$(a^r)^s = a^{rs}$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

3) Odmocniny:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[p]{a^{m \cdot n}}} = \sqrt[p]{a^n}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

4) Kvadratická rovnice:

$$a x^2 + b x + c = 0 \quad \text{kde } a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

5) Komplexní čísla:

$$i = \sqrt{-1}$$

- $i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$
- $i^3 = i^2 \cdot i = -i$
- $i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$
- $i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$
- $i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$
-
-

Algebraický tvar komplexního čísla: $a = a_1 + a_2 \cdot i$

$$|a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$a = a_1 + a_2 \cdot i \quad ; \quad b = b_1 + b_2 \cdot i$$

$$a + b = (a_1 + b_1) + (a_2 + b_2)i$$

$$a - b = (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2)i$$

$$a \cdot b = (a_1 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1)i$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a_1 + a_2 i}{b_1 + b_2 i} \cdot \frac{b_1 - b_2 i}{b_1 - b_2 i} = \frac{(a_1 b_1 + a_2 b_2) + (a_2 b_1 - a_1 b_2)i}{b_1^2 + b_2^2}$$

Číslo komplexně sdružené:

$$a = a_1 + a_2 i \quad ; \quad \bar{a} = a_1 - a_2 i$$

Goniometrický tvar komplexního čísla: $a = |a| \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$

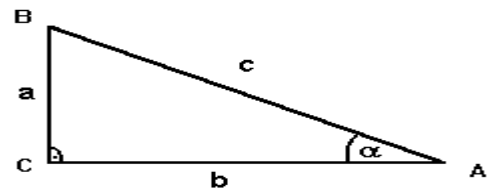
6) Goniometrie:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cotg} \alpha = \frac{b}{a}$$



	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nedef.
cotg α	nedef.	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

	I	II	III	IV
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\operatorname{tg} \alpha$	+	-	+	-
$\operatorname{cotg} \alpha$	+	-	+	-

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\operatorname{cotg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$\sin x + \sin y = 2 \cdot \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2 \cdot \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

Sinová věta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Kosinová věta:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

7) Obsahy ploch:

Rovnoběžník:

$$S = a \cdot v$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$o = 2 \cdot (a + b)$$

Trojúhelník

$$o = a + b + c$$

$$S = \frac{1}{2} z \cdot v$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$$

$$\text{Heronův vzorec: } S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$$

$$S = \frac{abc}{4r}$$

$$S = \rho \cdot s$$

Lichoběžník

$$o = a + b + c + d$$

$$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$$

N - úhelník

$$S = \frac{1}{4} na^2 \cotg \frac{180^\circ}{n}$$

$$S = \frac{1}{2} nr^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

$$S = n \rho^2 \tg \frac{180^\circ}{n}$$

$$o = n \cdot a$$

délka kružnice (obvod kruhu): $l = 2 \cdot \pi \cdot r$

obsah kruhu: $S = \pi r^2$

$$S = \pi d^2 : 4$$

délka kruhového oblouku: $l = \frac{\pi \cdot r}{180^\circ} \cdot \alpha$

obsah kruhové výseče: $S = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \cdot \alpha$

obsah kruhové úseče: $S = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\pi \cdot \alpha}{180} - \sin \alpha \right)$

8) Stereometrie:

Kvádr: $V = a \cdot b \cdot c$
 $S = 2 \cdot (ab + bc + ac)$

Krychle: $V = a^3$
 $S = 6 \cdot a^2$

Válec: $V = \pi \cdot r^2 \cdot v$
 $S = 2 \pi \cdot r \cdot (r + v)$

Jehlan: $V = \frac{1}{3} P \cdot v$ P - plocha podstavy
 $S = P + \text{plášť}$

Kužel: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot v$ s - strana kužele
 $S = \pi \cdot r \cdot (r + s)$

Komolý jehlan: $V = \frac{1}{3} v(Sp_1 + \sqrt{Sp_1 Sp_2} + Sp_2)$
 $S = S_{pláště} + S_{p1} + S_{p2}$

Komolý kužel: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot v(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
 $S = \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2 + \pi (r_1 + r_2) \cdot s$

Koule a její části:

Celá koule: $V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$

$S = 4 \pi \cdot r^2$

Kulová úseč: $V = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot v^3}{6}$

Kulový vrchlík: $S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$

Kulová výseč: $V = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$

Kulová vrstva: $V = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot r_2^2 \cdot v}{2} + \frac{\pi \cdot v^3}{6}$

Kulový pás: $S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot v$

9) Analytická geometrie v rovině

vzdálenost dvou bodů v rovině: $|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

střed úsečky v rovině: $x_s = \frac{x_A + x_B}{2}$ $y_s = \frac{y_A + y_B}{2}$

souřadnice vektoru: $v = \vec{AB}$ $A = [x_A, y_A]$; $B = [x_B, y_B]$
 $v = (v_1, v_2) = (x_B - x_A, y_B - y_A)$

velikost vektoru: $|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$

skalární součin vektorů: $u \circ v = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$

úhel dvou vektorů: $\cos \alpha = \frac{u \circ v}{|u| \cdot |v|}$

$\cos \alpha = \frac{u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

parametrická rovnice přímky: $X = A + t \cdot v$

p: $x = a_1 + t \cdot v_1$

$y = a_2 + t \cdot v_2$

obecná rovnice přímky: $ax + by + c = 0$

úhel přímek: $\cos \alpha = \frac{|u \circ v|}{|u| \cdot |v|} = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$

vzdálenost bodu $A = [x_0, y_0]$ od přímky p: $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

10) Analytická geometrie v prostoru

přímka v prostoru: $X = A + t \cdot v$

p: $x = a_1 + t \cdot v_1$

$y = a_2 + t \cdot v_2$

$z = a_3 + t \cdot v_3$

úhel přímek v prostoru: $\cos \alpha = \frac{|u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}}$

parametrická rovnice roviny: $X = A + t \cdot v + k \cdot u$

ρ : $x = a_1 + t \cdot v_1 + k \cdot u_1$

$y = a_2 + t \cdot v_2 + k \cdot u_2$

$z = a_3 + t \cdot v_3 + k \cdot u_3$

obecná rovnice roviny: $ax + by + cz + d = 0$

vzdálenost bodu $A = [x_0, y_0, z_0]$ od roviny: $d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

11) Analytická geometrie kvadratických křivek

rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$ $S = [m, n]$

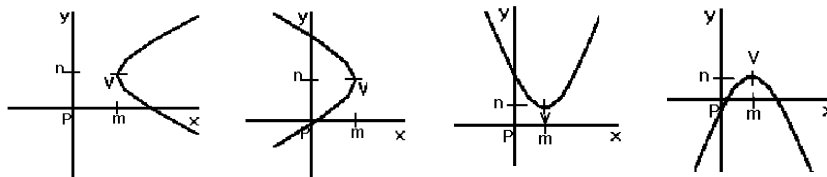
rovnice elipsy: $\frac{(x - m)^2}{a^2} + \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$ $a^2 = b^2 + e^2$

rovnice hyperboly: $\frac{(x - m)^2}{a^2} - \frac{(y - n)^2}{b^2} = 1$ $e^2 = b^2 + a^2$

asymptoty hyperboly: $(y - n) = \frac{b}{a} (x - m)$

$(y - n) = -\frac{b}{a} (x - m)$

rovnice paraboly:



a) $(y - n)^2 = 2p (x - m)$

b) $(y - n)^2 = -2p (x - m)$

c) $(x - m)^2 = 2p (y - n)$

d) $(x - m)^2 = -2p (y - n)$

c)

d)

a)

b)

12) Logaritmus: $\log_a x = y \iff a^y = x$

pravidla pro logaritmování

$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$

$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$

$\log_a \sqrt[n]{x} = \log_a x^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$

13) Posloupnosti

aritmetická

$a_{n+1} = a_n + d$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_s = a_r + (s-r)d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

geometrická
$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (q \neq 1)$$

14) Nekonečná geometrická řada:

$$s = \frac{a_1}{1 - q} \quad |q| < 1$$

15) Kombinatorika:

variace k-té třídy z n prvků

$$V_k(n) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

variace k-té třídy z n prvků s opakováním

$$V'_k(n) = n^k$$

permutace bez opakování

$$P(n) = n!$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

permutace s opakováním

$$P'_r(n) = \frac{n!}{r!}$$

(r prvků se opakuje)

kombinace k-té třídy z n prvků

$$C_k(n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

vlastnosti kombinač. čísel:

$$\binom{n}{0} = 1$$

$$\binom{0}{0} = 1$$

$$\binom{n}{1} = n$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

binomická věta

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot a^{n-k} \cdot b^k$$

16) Pravděpodobnost:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

doplňkový jev: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

sjednocení jevů: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

průnik jevů: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

17) Diferenciální počet:

definice derivace:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$f(x)$	$f'(x)$
c	0
x^n	$n \cdot x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \ln a$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log x$	$\frac{1}{x} \cdot \log e$

derivace součtu, rozdílu, součinu a podílu funkcí:

Pro jednodušost nahradíme $f(x) = u$, $g(x) = v$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(k \cdot u)' = k \cdot u' \quad \text{kde } k \text{ je libovolná konstanta}$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

derivace složené funkce:

Pro zjednodušení označujeme vnitřní funkci proměnnou t $y_x' = y_t' \cdot t_x'$

tečna funkce v bodě $T = [x_0, y_0]$

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

18) Integrální počet:

pravidla pro integrování

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$$

integrace per partes (po částech):

funkce pro zjednodušení označíme jinými proměnnými: $f(x) = u$, $g(x) = v$

$$\int u' \cdot v dx = u \cdot v - \int u \cdot v' dx$$

určitý integrál: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

výpočet objemu tělesa: $V = \pi \cdot \int_a^b f^2(x) dx$ (f rotuje okolo osy x)

$f(x)$	$\int f(x)$
c	$x + c$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{cot} g x + c$
e^x	$e^x + c$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + c$

19) Výroková logika

Pravdivostní tabulky:

p	p'
1	0
0	1

p	q	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1